# ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DEL VIENTO EN EL TRANSPORTE DE UN ESCALAR PASIVO NO REACTIVO ACOPLADO A LAS ECUACIONES DE NAVIER-STOKES EN 2-D. CASO: LAGO YPACARAI



# LAURA CAROLINA OPORTO LISBOA DERLIS ANDRÉS RAMÍREZ ALEGRE

TESIS

Presentada a la Facultad de Ciencias Químicas de la Universidad Nacional de Asunción, como requisito para la obtención del grado de INGENIERO QUÍMICO

San Lorenzo - Paraguay

Marzo - 2016

# ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DEL VIENTO EN EL TRANSPORTE DE UN ESCALAR PASIVO NO REACTIVO ACOPLADO A LAS ECUACIONES DE NAVIER-STOKES EN 2-D. CASO: LAGO YPACARAI

# LAURA CAROLINA OPORTO LISBOA DERLIS ANDRÉS RAMÍREZ ALEGRE

Orientador: D.Sc. CHRISTIAN SCHAERER

# TESIS

Presentada a la Facultad de Ciencias Químicas de la Universidad Nacional de Asunción, como requisito para la obtención del grado de INGENIERO QUÍMICO

San Lorenzo - Paraguay

Marzo - 2016

Datos internacionales de Catalogación en la Publicación DE LA BIBLIOTECA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS

Oporto Lisboa, Laura Carolina

Análisis de la influencia del viento en el transporte de un escalar pasivo no reactivo acoplado a las ecuaciones de Navier-Stokes en 2-D. Caso: Lago Ypacarai / Laura Carolina Oporto Lisboa. Derlis Andrés Ramírez Alegre. — San Lorenzo: Los autores, 2016.

IX,74 p.:fig.; 30 cm

Trabajo de grado presentado a la Facultad de Ciencias Químicas - UNA para optar al título de Ingeniero Químico

1. CONTAMINACIÓN-LAGO YPACARAI. 2. MECÁNICA DE FLUIDOS. I. Ramírez Alegre, Derlis Andrés. II. Título

CDD 363.739 4

O6la

# ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DEL VIENTO EN EL TRANSPORTE DE UN ESCALAR PASIVO NO REACTIVO ACOPLADO A LAS ECUACIONES DE NAVIER-STOKES EN 2-D. CASO: LAGO YPACARAI

# LAURA CAROLINA OPORTO LISBOA DERLIS ANDRÉS RAMÍREZ ALEGRE

Aprobado en fecha 31 de marzo del 2016

Tribunal Examinador:

	Prof. Ing. Quím.	Carlos Domingo Ménd	ez Gaona, M.Sc.	FCQ/UNA
•	Prof. Ing. Quím.	José Ignacio Melis Vio	tti, Ph.D.	FCQ/UNA

Ing. Quím. Rodrigo Luis Mussi Buzarquis, M.Sc.
 FCQ/UNA

D.Sc. CHRISTIAN SCHAERER Orientador

# AGRADECIMIENTOS

A nuestras familias por el apoyo incondicional.

A nuestro tutor Christian Schaerer, por la orientación, los conocimientos transmitidos y el apoyo.

- A Jhabriel Varela por la predisposición y ayuda que nos brindó en varias ocasiones.
- Al Laboratorio de Computación Científica y Aplicada, de la Facultad Politécnica, por permitirnos hacer uso de sus equipamientos e instalaciones.
- Al proyecto DCI-ALA/2012/302464-AIEP/UE/Paraguay por el uso del Software de Genarcion de malla y del Hydrus del NIDTEC.

A Juan Núñez por su predisposición y ayuda para conseguir los datos de las campañas de monitoreo del Lago Ypacarai.

# ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DEL VIENTO EN EL TRANSPORTE DE UN ESCALAR PASIVO NO REACTIVO ACOPLADO A LAS ECUACIONES DE NAVIER-STOKES EN 2-D. CASO: LAGO YPACARAI

Autores: LAURA CAROLINA OPORTO LISBOA DERLIS ANDRÉS RAMÍREZ ALEGRE Orientador: D.Sc. CHRISTIAN SCHAERER

#### RESUMEN

Se llevó a cabo una simulación bidimensional de las ecuaciones de Navier-Stokes en una geometría plana que coincide con la superficie del Lago Ypacarai, de modo a analizar el efecto del viento en el transporte de un contaminante, representado por un escalar pasivo no reactivo. Se consideraron como flujos de entrada los arroyos Yukyry y Pirayu, y como flujo de salida el río Salado. Para simular el efecto del viento, se añadió el término correspondiente a este efecto como término fuente en la ecuación de conservación de momento. Se varió la dirección del viento, manteniendo constante la magnitud, y se obtuvo primeramente la velocidad de flujo para las distintas direcciones de viento. Posteriormente se analizó el transporte del escalar pasivo no reactivo, vertido en los arroyos Pirayu y Yukyry. Los valores de concentración obtenidos fueron analizados por comparación simple con valores de mediciones in situ, tomados del informe técnico de la cuarta campaña de muestreo en el Lago Ypacarai, observándose una gran similitud entre los datos reales y los resultados de la simulación. Las ecuaciones diferenciales parciales se discretizaron por medio del método de los volúmenes finitos, y se resolvieron con el software OpenFOAM®. Además, se consideraron constantes la rapidez del viento, la densidad del aire y la velocidad de entrada/salida de los tributarios, no se consideraron reacciones químicas y se consideró que el contorno del lago no varía con el tiempo. A partir de la simulación se ubicaron puntos de baja velocidad de flujo (valores  $\leq 0.05m/s$ ), los cuales representan zonas muertas dentro del lago, en donde la circulación del escalar se reduce y se produce una acumulación. Esta tesis representa un punto de partida para futuros trabajos sobre el Lago Ypacaraí que consideren los demás factores, de modo que a través de ellos se obtenga una simulación completa del lago y se cuente con una herramienta para la toma de decisiones con respecto a la mejora las condiciones medioambientales del mismo.

Palabras clave: Ecuaciones de Navier-Stokes - Lago Ypacarai - Método de volúmenes finitos - OpenFOAM

# WIND EFFECTS ON A NON-REACTIVE PASSIVE SCALAR TRANSPORT COUPLED WITH 2-D NAVIER-STOKES EQUATIONS. CASE: YPACARAI LAKE

Authors: LAURA CAROLINA OPORTO LISBOA DERLIS ANDRÉS RAMÍREZ ALEGRE Advisor: D.Sc. CHRISTIAN SCHAERER

#### SUMMARY

In order to analyse the wind effect on the transport of a pollutant, represented by a non-reactive passive scalar, a two-dimensional simulation of the Navier-Stokes equations in a plane geometry that matches the surface of Lake Ypacarai was held. The Pirayu and Yukyry stream are considered as the inflows, and the Salado River is considered as the outflow. Thus, in order to simulate the effect of the wind, the corresponding term is added to the momentum equation as the source term. Wind direction was varied while keeping the magnitude constant. Initially, the flow velocity was obtained for each direction considered. Furthermore, contaminant transport was analysed. The passive scalar was introduced through the Yukyry and Pirayu streams. The concentration values obtained from the simulations contrast with measured values from the technical report of the fourth sampling campaign on Lake Ypacarai, showing a great similarity between the actual data and simulation results. The partial differential equations are discretised by the finite volume method, and solved through the software OpenFOAM<sup>®</sup>. Moreover, wind speed, air density and the linear velocity of the tributaries were considered constant, no chemical reactions were considered and the contour of the lake does not vary with time. Considering the simulation results, points of low flow velocity (values  $\leq 0.05m/s$ ), which represent dead zones in the lake, were located. In these points, circulation of the scalar is reduced and accumulation occurs. Finally, this thesis evaluates possible cases of contamination in the presence of wind, and it is useful as a basis for future research on the lake, that will give a clear picture of the real situation of the lake and thus make decisions to improve its environmental condition.

Key words: Navier-Sokes equations - Ypacarai lake - Finite volume method - OpenFOAM.

# ÍNDICE

		F	Página
1.	INT	RODUCCIÓN	1
	1.1	OBJETIVOS	4
		1.1.1 Objetivo General	4
		1.1.2 Objetivos Específicos	4
2.	REV	VISIÓN DE LA LITERATURA	5
	2.1	Ecuaciones de Navier-Stokes	5
		2.1.1 Condiciones de frontera	7
	2.2	Efecto del viento	8
	2.3	Transporte de contaminantes	11
	2.4	Método de discretización de los volúmenes finitos	11
		2.4.1 Discretización del dominio	13
		2.4.2 Discretización de las ecuaciones	14
	2.5	Datos de monitoreo disponibles	16
3.	MET	ΓΟΟΟLΟGÍΑ	21
	3.1	Sistema de estudio	22
	3.2	Consideraciones	23
	3.3	Procedimiento general	24
	3.4	Generación de la malla	25
	3.5	Algoritmo de resolución de las ecuaciones	27
	3.6	Descripción del solver	31
	3.7	Evaluación de los resultados	31
4.	RES	ULTADOS Y DISCUSIÓN	33
	4.1	Resultados de la comparación de velocidades de flujo en presencia y	
		ausencia de viento	33
	4.2	Transporte del escalar pasivo	37
	4.3	Resultados de la simulación del transporte del escalar pasivo en	
		ausencia y presencia de viento	38
		4.3.1 Caso 1: Ausencia de viento	38

4.3.2	Caso 2: viento de rapidez 15 km/h y dirección $45^{\circ}$ (Noreste) .	39
4.3.3	Caso 3: viento de rapidez 15 km/h y dirección 135° (Sureste)	40
4.3.4	Caso 4: viento de rapidez 15 km/h y dirección 225° (Suroeste)	41
4.3.5	Caso 5: viento de rapidez 15 km/h y dirección 315° (Noroeste)	42
4.3.6	Comparación de resultados obtenidos	43
5. CONCLUS	IONES	47
5.1 Traba	jos futuros	48
NOMENCLAT	URA	51
APÉNDICES		51
REFERENCIA	S BIBLIOGRÁFICAS	69

# LISTA DE FIGURAS

	Pa	ágina
Figura 1.	Dominio y condiciones de frontera de la geometría considerada.	9
Figura 2.	Volumen de control. Discretización del dominio	13
Figura 3.	Delimitación de Cuenca y Subcuencas del Lago Ypacarai	16
Figura 4.	Ubicación de Estaciones de Medición	17
Figura 5.	Datos de viento en la estación de San Bernardino	18
Figura 6.	Ubicación de los puntos de medición en el mapa del lago	20
Figura 7.	Diagrama del cuerpo libre de la geometría considerada	22
Figura 8.	Cuenca del lago Ypacarai en ArcGIS	25
Figura 9.	Generación del contorno con Autocad	26
Figura 10.	Triangulación de Delaunay	26
Figura 11.	Generación de la malla final	27
Figura 12.	Aplicación del código en la terminal	28
Figura 13.	Esquema del algoritmo PISO	30
Figura 14.	Direcciones de viento consideradas en la simulación	33
Figura 15.	Diagrama vectorial de la velocidad de flujo	35
Figura 16.	Indicación de zonas de riesgo.	37
Figura 17.	Puntos de medición considerados	38
Figura 18.	Transporte del escalar en ausencia de viento en distintos tiempos.	
	Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai, SB= San Bernardino.	39
Figura 19.	Viento de dirección 45° (Noreste). Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai,	
	SB= San Bernardino	40
Figura 20.	Viento de dirección 135° (Sureste). Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai,	
	SB= San Bernardino	41
Figura 21.	Viento de dirección 225° (Suroeste). Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai,	
	SB= San Bernardino	42
Figura 22.	Viento de dirección 315° (Noroeste). Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai,	
	SB= San Bernardino	43

# LISTA DE TABLAS

I	Página
Velocidades de los cuerpos de agua considerados como entradas	
y salida obtenidas de la literatura	. 8
Puntos de medición y valores de referencia.	. 19
Parámetros considerados en la simulación	. 23
Direcciones consideradas en la simulación	. 24
Puntos de medición y valores obtenidos en la simulación	. 44
Analisis de los errores obtenidos, de menor a mayor	. 45
Solvers disponibles para flujo incompresible	. 56
	Velocidades de los cuerpos de agua considerados como entradas         y salida obtenidas de la literatura         Puntos de medición y valores de referencia.         Parámetros considerados en la simulación         Direcciones consideradas en la simulación         Puntos de medición y valores obtenidos en la simulación         Analisis de los errores obtenidos, de menor a mayor         Solvers disponibles para flujo incompresible.

# Capítulo 1

# 1. INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones de Navier-Stokes son las ecuaciones de gobierno que describen el movimiento de un fluido. La utilidad de estas ecuaciones radica en su amplio espectro de aplicabilidad, ya sea en casos de interés científico como de ingeniería y hasta medicina (Vázquez, 2004).

La solución analítica de estas ecuaciones, hasta ahora es uno de los problemas más difíciles de la humanidad. La alternativa a la solución analítica consiste en la resolución numérica, la cual ha sido utilizada exitosamente en diversas ocasiones en la actualidad (Costarelli et al., 2011), al ser aplicada en distintos problemas, tales como el modelado hidrodinámico de un fluido simple, así como la propagación de un contaminante en el seno del mismo modelado como un escalar pasivo, el cual es un contaminante difusivo presente en un fluido con un grado de concentración tan pequeño que no produce un efecto dinámico en el campo de velocidad (Rodríguez Imazio, 2014).

En cuanto a los posibles modelos hidrodinámicos, recientemente los lagos poco profundos han recibido gran atención. Son considerados lagos poco profundos los órganos permanentes de agua con una profundidad máxima de 5 m o menos, lo suficientemente bajo como para permitir la penetración de la luz hasta los sedimentos del fondo, adecuados para potencialmente apoyar la fotosínstesis de las plantas acuáticas superiores<sup>1</sup> en toda la parte inferior (Wetzel, 2001). Éstos han recibido atención principalmente debido a dos factores: muchos lagos poco profundos están localizados en cercanías de ciudades o regiones productivas, y la mala utilización de estos recursos hídricos ha aumentado y consecuentemente han empeorado sus correspondientes estados ecológicos (Tsanis et al., 2006).

El flujo de agua en los lagos de poca profundidad es inducido por varios factores. Entre

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Plantas cuya estructura está claramente diferenciada en raíz, tallo y hojas, y que están adaptadas a los medios muy húmedos o acuáticos, tales como ríos, lagos, pantanos, etc. (Valla, J., 1979)

ellos se encuentran la presencia de coloides en alta concentración, la estratificación térmica producida por los coloides, las velocidades de las corrientes de entrada al lago, así como las condiciones medio-ambientales, dentro de las que se encuentra el viento (Facetti, 2007; Chao et al., 2008).

El Lago Ypacarai es uno de los lagos más importantes de Paraguay, el cual cubre un área aproximada de 90 km<sup>2</sup> y posee una altura media de 3 m (Ruíz, 2012). Este lago desagua en el río Salado, que llega al río Paraguay. A su vez, varios arroyos desembocan en este lago, entre los que se encuentran el Yagua Resau, Yukyry y Pirayu. En los últimos años la intensa actividad antropogénica en la zona del lago ha sido el principal motivo de contaminación del mismo (Ruíz, 2012). Debido a la gran importancia de este lago, no sólo como recurso hídrico, sino también como uno de los puntos turísticos más importantes, grandes esfuerzos se han realizado para mejorar la calidad del agua.

Actualmente, existen distintos proyectos ya concluídos y en ejecución, con respecto a la caracterización hídrica y plan de monitoreo del Lago Ypacarai, así como acciones de recuperación del lago. El Centro Internacional de Hidroinformática (CIH), pone a disposición del público resultados e informaciones generales de sus proyectos. Entre los trabajos ya concluidos se encuentran la obtención de datos de la batimetría<sup>2</sup> del lago, presentada junto con un modelado tridimensional de la misma, la identificación del perfil del fondo del lago, investigación aplicada por técnicas de biorremediación<sup>3</sup>, entre otros. Entre los trabajos en ejecución se encuentran el monitoreo fotográfico del lago así como el monitoreo de la calidad del agua por muestreo.

En los trabajos de Domecq & Báez (2007) y JICA/FUNDAINGE/CITEC-FIUNA (2005) se encuentra la medición de caudales en las subcuencas del lago. Además, Facetti (2007), observó que el viento tiene una influencia importante, especialmente con respecto a la floración de cianobacterias, donde los vientos suaves favorecen este fenómeno, debido a los suaves oleajes generados. Finalmente, con respecto a la contaminación en las zonas del lago, se encuentran los informes de monitoreo en el lago, presentados por el Centro Multidisciplinario de Investigaciones Tecnológicas (CEMIT), en el cual se proveen datos de parámetros fisicoquímicos y biológicos medidos en distintos puntos alrededor del lago y en los tributarios<sup>4</sup>, así como el

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>En Topografía, se entiende por batimetría el levantamiento del relieve de superficies subacuáticas, tanto los levantamientos del fondo del mar, como del fondo de cursos de agua, de embalses, etc. (Farjas, M., 2006).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Empleo de microorganismos para la recuperación del medio ambiente o para el tratamiento de materiales (DRAE, 2012).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Arroyo o río secundario que desemboca o desagua en otro principal (DRAE, 2012)

trabajo de Amarilla Pavón (2014), quien determinó la carga contaminante en el Arroyo Yukyry y estableció las posibles fuentes de contaminación, concluyendo que provienen especialmente de los efluentes sanitarios, industriales y actividades agrícolas y ganaderas.

Debido a que, si bien existen diversos trabajos que estudian el efecto del viento en lagos y en el transporte de contaminantes, no se han encontrado trabajos de simulación en los que se considere este efecto en el Lago Ypacarai, relacionándolo con el transporte de contaminantes en el mismo, este trabajo presenta una herramienta computacional básica de análisis del transporte de un contaminante, considerado un escalar pasivo no reactivo, a través de la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes, considerando como efecto externo al viento. Teniendo en cuenta el caso de estudio del Lago Ypacarai, se busca obtener una aproximación inicial del comportamiento del flujo en el lago, además de detectar zonas de riesgo<sup>5</sup> alrededor del mismo.

La tesis se organiza como sigue, en el capítulo 2 se presentan los conceptos básicos y las ecuaciones de gobierno, así como el método numérico y los datos disponibles con respecto al lago, en el capítulo 3 se describe el algoritmo de resolución de las ecuaciones y el procedimiento general. En el capitulo 4 se presenta el análisis de los resultados, incluyendo las comparaciones entre los diferentes casos de estudio, y en el capítulo 5 se presentan las conclusiones generales. En lo anexos se presentan la descripción del software utilizado, el código completo de resolución, así como las modificaciones realizadas con respecto al *solver* original.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Se considerará zona de riesgo, aquella en la que su velocidad de flujo es muy baja ( $\leq 0.05m/s$ ), dificultando el transporte del contaminante a otras zonas, favoreciendo así su acumulación.

# **1.1 OBJETIVOS**

# 1.1.1 Objetivo General

Elaborar una herramienta computacional básica de análisis de la contaminación en el Lago Ypacarai a través de la simulación del transporte de un escalar pasivo no reactivo, utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes en 2-D en la geometría de la superficie del lago, considerando como factor externo el viento.

# 1.1.2 Objetivos Específicos

- Identificar zonas de riesgo al comparar los patrones de flujo producidos con distintas direcciones de viento.
- Identificar zonas de mayor contaminación en distintas condiciones (direcciones) de viento para el caso del transporte de un escalar pasivo no reactivo, introducido por los tributarios.

# Capítulo 2

# 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

En este capítulo se presentan las ecuaciones de gobierno del flujo de fluidos, la ecuación de transporte, y el modelo del esfuerzo cortante generado por el viento. Además, se presenta la discretización de las ecuaciones por medio del método de los volúmenes finitos y finalmente, los datos disponibles en la literatura considerados en el presente trabajo.

## 2.1 Ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes conforman un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (PDE) no lineales, y no se dispone de una solución analítica para este conjunto de ecuaciones, por lo que se han desarrollado diversos métodos numéricos para resolverlas (Yunus & Cimbala, 2006). Estas ecuaciones han sido estudiadas ampliamente por varios científicos, utilizando distintos métodos y en todo tipo de geometrías, aplicadas a situaciones que van desde la simulación del flujo alrededor de aeronaves y vehículos, hasta situaciones más complejas, tales como el modelado del clima, procesos de fusión y combustión (Griebel et al., 1997).

Las ecuaciones de Navier-Stokes se derivan de la conservación de masa y momento lineal. Para un fluido incompresible (*densidad constante*), se escriben de la siguiente manera:

Ecuación de movimiento

$$\rho(\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) = \mu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla p + \mathbf{f},\tag{1}$$

Ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{2}$$

donde t es el tiempo, el operador  $\nabla$  se define como  $\nabla := (\partial_x, \partial_y)^T$  donde  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^2$  es la velocidad definida como  $\mathbf{u} = (u_1, u_2)^T$ , p es la presión,  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $\rho$  es la densidad y  $\mathbf{f}$  es el término fuente, que representa las fuerzas externas que actúan sobre el fluido.

En la ec. (1), las fuerzas externas que actúan sobre el sistema pueden ser:

- Fuerzas de cuerpo (*body forces*): actúan en el elemento de fluido dV y pueden ser expresadas como ∫<sub>Ωt</sub> ρ(x, t)g(x, t)dx. Donde ρ es la densidad y g es una fuerza volumétrica dada que actúa sobre el sistema. Estas fuerzas pueden ser conservativas o no conservativas (Griebel et al., 1997).
- Fuerzas de superficie (*surface forces*): actúan a través del contacto directo con la superficie del elemento de fluido (Kundu & Cohen, 2008). Son proporcionales al área de contacto y llevan unidades de tensión (fuerza por unidad de área). Pueden ser expresadas como ∫<sub>∂Ωt</sub> τ(x, t)nds, donde x = (x, y)<sup>T</sup> es el vector posición, n = (n<sub>x</sub>, n<sub>y</sub>)<sup>T</sup>, es vector unitario normal exterior y el tensor τ, está representado por:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix}$$
(3)

De la segunda ley de Newton se tiene:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_t} \rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} = \int_{\Omega_t} \rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{g}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} + \int_{\partial \Omega_t} \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, t) \mathbf{n} dS$$
(4)

Aplicando la regla del producto y teorema de transporte<sup>6</sup> componente a componente al término de la izquierda y el teorema de la divergencia<sup>7</sup> al primer término de la derecha,

$$\frac{d}{dt}\int_{\Omega_t} f(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} = \int_{\Omega_t} \{ \frac{\partial}{\partial t} f + \nabla \cdot (f\mathbf{u}) \}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$$

$$\int_V \nabla \cdot F = \int_S F \cdot \mathbf{n} dS$$

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Para una función escalar diferenciable  $f: \Omega_t \times [0, t_{final}] \to \mathbb{R}, (\mathbf{x}, t) \mapsto f(\mathbf{x}, t)$ , se tiene:

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Sea V un sólido simple de  $\mathbb{R}^3$  y  $S = \partial V$ , su borde, orientado con la normal unitaria exterior n, y sea  $F: V \to \mathbb{R}^3$  un campo vectorial con derivadas parciales continuas:

se obtiene la ecuación de momento<sup>8</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}) + (\mathbf{u} \cdot \nabla)(\rho \mathbf{u}) + (\rho \mathbf{u})\nabla \cdot \mathbf{u} - \rho \mathbf{g} - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$$
(5)

La naturaleza de esta ecuación depende del modelo utilizado para el tensor de esfuerzos au (Griebel et al., 1997).

#### 2.1.1 Condiciones de frontera

De manera a resolver las ec. (1) y (2) se requieren condiciones de frontera. Para formular las condiciones de frontera, se define  $u_n$  como la componente de la velocidad ortogonal a la frontera (en la dirección normal exterior), y  $u_t$  la componente de la velocidad paralela a la superficie (en la dirección tangencial). En los puntos a lo largo de la frontera fija  $\partial\Omega$ , se pueden considerar las siguientes condiciones de frontera (Sánchez, 2002):

 Condición de no deslizamiento (*no-slip*): el fluido no penetra la frontera y permanece en ella,

$$u_n(x, y) = 0, \quad u_t(x, y) = 0$$

Condición de libre deslizamiento (*free-slip*): el fluido penetra la frontera, a diferencia de la condición de no deslizamiento, no hay pérdida de fricción en la frontera,

$$u_n(x,y)=0, \quad \frac{\partial u_t}{\partial n}(x,y)=0$$

Condición de flujo de entrada (*inflow*): se dan ambas componentes de la velocidad,

$$u_n(x,y)=u_n^0, \quad u_t(x,y)=u_t^0, \quad \text{dados } u_n^0 \neq u_t^0$$

Condición de flujo de salida(*outflow*): ninguna de las dos componentes de la velocidad cambia en la dirección normal a la frontera,

$$\frac{\partial u_n}{\partial n}(x,y) = 0, \quad \frac{\partial u_t}{\partial n}(x,y) = 0$$

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>La divergencia de un tensor se obtiene aplicando el operador divergente a cada una de las filas, resultando un vector (Griebel et. al, 1997).

La frontera del lago, denotada por  $\partial\Omega$ , es dividida como:  $\partial\Omega = \partial\Omega_T \cup \partial\Omega_D$ . Donde  $\partial\Omega_T$  es el sector de la frontera asociado a los tributarios y  $\partial\Omega_D$  es el resto de la frontera. En este modelo no se considera la variación del contorno del lago debido a la acumulación de masa de agua. Aunque esta es una restricción del modelo, esta aproximación puede predecir el comportamiento del lago en términos de la contaminación (Józsa, 2004).

En el contorno del lago, excepto los tributarios, se consideran condiciones de no deslizamiento, la cual se expresa de la forma:

$$\mathbf{u} = 0 \qquad \forall (x, y) \in \partial \Omega_D \tag{6}$$

En los arroyos Yukyry y Pirayu, que son las entradas al lago, se considera condición de frontera de Dirichlet, y se utilizan como valores de frontera, las velocidades de los mismos obtenidas de la literatura y presentadas en la Tabla 1.

 Tabla 1. Velocidades de los cuerpos de agua considerados como entradas y salida obtenidas de la literatura

Cuerpo de agua	Caudal promedio anual $(m^3/s)$	<b>Velocidad promedio anual</b> (m/s)
Arroyo Yukyry <sup>1</sup>	1,77	0,26
Arroyo Pirayu <sup>2</sup>	2,58	0,51
Río Salado <sup>3</sup>	5,1	2,6

<sup>1</sup> Fuente: *Determinación de la carga contaminante del arroyo Yukyry, afluente del Lago Ypacarai.* Amarilla, P., 2014.

<sup>2</sup> Fuente: Balance hídrico integrado del Acuífero Patiño. Domecq, R. & Báez, J., 2007.

<sup>3</sup> Fuente: *Mediciones de caudales en el río Salado*. Secretaría del Ambiente (SEAM), 2015.

En el río Salado, se tiene el flujo de salida, en el que se considera como condición de frontera:  $\partial_n \mathbf{u} = 0$ , donde *n* es la dirección normal.

En la Figura 1 se presenta el dominio, donde los subíndices 1, 2 y 3 ( $\partial \Omega_1$ ,  $\partial \Omega_2$  y  $\partial \Omega_3$ ) indican las ubicaciones del río Salado, y los arroyos Pirayu y Yukyry, respectivamente.

# 2.2 Efecto del viento

El esfuerzo cortante generado en la superficie del cuerpo de agua, puede ser añadido a las ecuaciones de Navier Stokes en el término fuente, modificándolo y añadiéndolo como una fuerza externa. Esto puede hacerse aplicando el operador de divergencia al tensor de esfuerzos generado por el viento, sobre la superficie (Griebel et al., 1997).



Figura 1. Dominio y condiciones de frontera de la geometría considerada. Fuente: Elaboración propia.

El esfuerzo cortante introducido por el viento en la superficie, está dado por (Tsanis et al., 2006; Wu, 1980; Chao et al., 2008):

$$\tau_{wx} = \rho_a C_d u_w \sqrt{u_w^2 + v_w^2},\tag{7}$$

$$\tau_{wy} = \rho_a C_d v_w \sqrt{u_w^2 + v_w^2},\tag{8}$$

donde el subíndice w se refiere al viento,  $\tau_{wx}$  y  $\tau_{wy}$  son los esfuerzos del viento en las direcciones x e y, respectivamente. Además,  $u_w$  y  $v_w$  son las componentes de la velocidad del viento, medidas a 10 m sobre la superficie del lago (esta medición se realiza generalmente a 10 m para evitar las posibles perturbaciones que impliquen en la medición), en x e y, respectivamente;  $\rho_a$  es la densidad del aire y  $C_d$  es el coeficiente de arrastre. A pesar de que la velocidad del viento puede variar con el tiempo, por fines de simplicidad se considera constante.

El coeficiente de arrastre  $C_d$  puede variar con la magnitud del viento, pero usualmente es del orden de  $10^{-3}$  (Tsanis et al., 2006). Entre los modelos que permiten calcular el valor de  $C_d$  se encuentra la expresión propuesta por Wu (1980):

$$C_d = (0.8 + 0.065 \|\mathbf{w}\|_2) \cdot 10^{-3} \tag{9}$$

donde  $\mathbf{w} = (u_w, v_w)^T$  es la velocidad del viento.

Otra expresión es la presentada por Eid (1981), en la que se relaciona el coeficiente de arrastre con la altura a la que se mide el viento (normalmente 10 m), así como la altura de la ola  $H_s$  y la velocidad de la onda producida  $c_{onda}$ :

$$C_d = \left[\frac{k}{\ln(z/\beta H_s)}\right]^2 (1 - \frac{c_{onda}}{w})^2$$
(10)

donde w es la velocidad del viento y  $\beta$  es un factor adimensional que depende de  $H_s$ , siguiendo a Eid (1981), para valores pequeños de  $H_s$  el valor de  $\beta$  es del orden de 0,1, mientras que para valores mayores, es del orden de 0,01.

La ec. (9), propuesta por Wu (1980) es una fórmula general, promedio de resultados de varias investigaciones anteriores, aplicable cuando la velocidad del viento es mayor a 1 m/s (3,6 km/h). Esta fórmula es útil para evitar las variaciones debidas a las condiciones experimentales, técnicas y análisis de datos. Por otro lado, la ec. (10), propuesta por Eid (1981), fue aplicada al lago Valens (altura máxima de 4 m) y el puerto Hamilton, al oeste del Lago Ontario (altura máxima de 24 m), ambos ubicados en Canadá. De esta forma, se observó en su investigación, que la ec. (10) es válida tanto para lagos profundos como poco profundos.

Las ecuaciones comúnmente fueron desarrolladas para condiciones de mar abierto, y se concluyó, a partir de un gran número de investigaciones, que  $C_d$  no depende de la duración ni características de la onda, ni del alcance del viento (*wind fetch*<sup>9</sup>), y depende ligeramente de la velocidad del viento. Sin embargo, en los lagos, la profundidad del mismo y las características del viento pueden tener una gran influencia en el coeficiente de arrastre (Eid, 1981).

El valor del coeficiente de arrastre por lo general se determina experimentalmente y no se encuentra en la bibliografía una ecuación para calcular este valor en el caso del Lago Ypacarai, por ello, y por simplicidad, se considera igual a  $1 \cdot 10^{-3}$ , valor que puede utilizarse en caso de ausencia de datos (Bailey & Hamilton, 1997; Huang & Spaulding, 1995; Chao et al., 2008). Finalmente, con este valor se calcula el esfuerzo en *x* e *y* utilizando las ec. (7) y (8), respectivamente.

El esfuerzo cortante del viento es una fuerza externa superficial en las ecuaciones de Navier-Stokes (ec. (1)), se expresa dicho esfuerzo en forma de tensor de orden 2, al cual

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Longitud de la superficie oceánica sobre la cual el viento sopla a una velocidad y en una dirección específica, generando a su vez un determinado tipo de oleaje. El alcance del viento se mide en sentido paralelo a la dirección del viento (Meteorology Education and Training, 2010).

se le debe aplicar un operador divergente para mantener la consistencia de la ecuación de conservación de momento (Griebel et al., 1997). El tensor de orden 2 se representa de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix}$$
(11)

### 2.3 Transporte de contaminantes

El contaminante está representado por un escalar pasivo no reactivo, el cual, para ser considerado como tal, debe estar presente en el fluido en una concentración que no produzca un efecto dinámico en el movimiento propio del mismo (Rodríguez Imazio, 2014). Aerosoles y contaminantes en pequeñas concentraciones en la atmósfera, o en mares, ríos y lagos, así como la temperatura de un gas o un líquido, se comportan como escalares pasivos (Wu, 2008).

La ecuación utilizada para simular el transporte del contaminante corresponde a la ecuación bidimensional de transporte de masa:

$$\partial_t c + \mathbf{u} \cdot \nabla c = D \nabla^2 c + f_c, \tag{12}$$

donde c(x, y, t) es la concentración del contaminante y D es el coeficiente de difusión. En caso de haber una reacción química, ésta se puede introducir en el término  $f_c$ . En este caso, para simplificar el estudio no se consideran reacciones químicas, por lo tanto el término  $f_c$  es igual a cero.

## 2.4 Método de discretización de los volúmenes finitos

Como se mencionó anteriormente, se utilizan las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido incompresible ( $\rho = constante$ ), que son las ecuaciones de conservación de la masa (ecuación de continuidad) y conservación del momento lineal (ecuación de movimiento). Las ecuaciones están basadas en la formulación euleriana, en la cual se supone un volumen de control fijo en el espacio, a través del cual pasa un fluido, suponiendo que el medio es continuo.

La discretización consiste en transformar las ecuaciones diferenciales parciales en un correspondiente sistema de ecuaciones algebraicas, cuya solución produce un conjunto de valores que corresponden a la solución de las ecuaciones originales, dadas ciertas condiciones impuestas (Jasak, 1996).

El método de los volúmenes finitos es un método alternativo al de diferencias finitas y elementos finitos. En este método, en torno a cada punto de la malla se construye un volumen de control que no se traslapa con los puntos vecinos, por lo que el volumen total es igual a la suma de los volúmenes de control (VC) considerados. Las ecuaciones a resolver se integran sobre cada volumen de control.

Este método posee varias ventajas con respecto a los demás métodos. La principal ventaja es que la discretización espacial se lleva a cabo directamente en el espacio físico del problema. Por lo tanto, no hay problemas con la transformación entre sistemas de coordenadas, como ocurre con el método de las diferencias finitas (Mohd-Yusof, 1997). Por otro lado, este método emplea directamente las ecuaciones de conservación en su forma integral y la solución satisface de forma exacta las ecuaciones de conservación consideradas, independientemente del tamaño de la malla (Ferziger & M, 2002). Además, este método es muy flexible, ya que puede implementarse en mallas estructuradas (toda discretización cuya conectividad sigue un patrón reticular) y no estructuradas (al contrario que las estructuradas, no presentan un patrón de conectividad predeterminado, pues ésta viene determinada por el contorno del problema, la situación de los nodos interiores y el método de discretización utilizado). Por último, es muy utilizado debido a su generalidad y a la facilidad de introducir dominios de cálculo complejos (en dos o tres dimensiones) (Eymard et al., 2000). Debido a estas ventajas, se utiliza el método de los volúmenes finitos para la resolución de las ecuaciones.

Para que sea aplicado, es necesario que las ecuaciones que rigen las incógnitas del problema estén escritas en su forma integral. Se discretiza el modelo continuo madiante una malla, y entonces se resuelven las ecuaciones de conservación en cada celda por separado.

El proceso de discretización se divide en dos partes: la discretización del dominio y la discretización de las ecuaciones (Rusche, 2003). Se sigue la discretización según Jasak (1996), Rusche (2003) y Ferziger & M (2002).

### 2.4.1 Discretización del dominio

El dominio de soluciones consiste en los dominios espacial y temporal. La discretización del dominio genera una malla computacional en la que son resueltas las ecuaciones. Además se determinan las posiciones en el tiempo y espacio donde se busca la solución.

La discretización temporal, en caso de ser necesario, consiste simplemente en dividir en pasos de tiempo  $\Delta t$ . Este paso de tiempo puede cambiar durante una simulación numérica, si se especifica previamente o si cumple alguna condición calculada durante la simulación.

En el caso de la discretización espacial, se divide el dominio en volúmenes de control (VC), que no se superponen y llenan por completo el dominio computacional. De este modo, la frontera del dominio espacial se descompone en caras conectadas cada una a la celda de al lado. En la Figura 2 se observa el volumen de control típico.



Figura 2. Volumen de control. Fuente: *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*, Jasak, H., 1996.

El punto P está ubicado en el centroide el volumen de control, el cual se define como:

$$\int_{V_P} (x - x_P) dV = 0 \tag{13}$$

Cada celda está delimitada por un conjunto de caras, las cuales se dividen en interiores y frontera, que coinciden con las fronteras del dominio espacial. El vector de posición

del centro de una cara plana  $x_f$  se define de modo que:

$$\int_{S} (x - x_f) dS = 0 \tag{14}$$

El vector de área de la cara  $\mathbf{S}_f$  se construye para cada cara de manera tal que apunte hacia el exterior de la celda con la designación inferior, es normal a la cara y tiene una magnitud igual al área de la cara. La celda con la designación inferior es denominada "owner"(propietario) y es almacenada de esa manera. La designación de la otra celda es "neighbour"(vecino), y es almacenado con ese nombre. Los vectores de las caras de la frontera apuntan al exterior del dominio computacional, las caras de la frontera son "propiedad"de las celdas adyacentes. En la Figura 2, los centros de las celdas "owner", y "neighbour", están marcadas como P y N respectivamente, mientras que el vector  $\mathbf{S}_f$  apunta hacia el exterior del volumen de control de P. Para simplificar, se llama fa todas las caras del volumen de control, y además f representa el punto medio de la cara (Jasak, 1996).

### 2.4.2 Discretización de las ecuaciones

Considerando la forma de la ecuación de transporte de cantidad de movimiento:

$$\frac{\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t}}{\frac{\partial t}{derivada \ temporal}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u})}_{termino \ convectivo} - \underbrace{\nabla \cdot (\rho \mu_{\mathbf{u}} \nabla \mathbf{u})}_{termino \ difusivo} = \underbrace{S_{\mathbf{u}}(\mathbf{u})}_{termino \ fuente}$$
(15)

donde  $\rho$  es la densidad, **u** es la velocidad,  $\mu$  es la viscosidad y  $S_{\mathbf{u}}(\mathbf{u})$  representa un término fuente. Se presenta la discretización de los términos por separado.

#### 2.4.2.1 Discretización del término laplaciano

El término laplaciano está integrado en el volumen de control y linealizado de la siguiente manera:

$$\int_{V} \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) dV = \int_{S} d\mathbf{S} \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) = \sum_{f} \mu_{f} \mathbf{S}_{f} \cdot (\nabla \mathbf{u})_{f}$$
(16)

La discretización del gradiente de la cara es implícito cuando el vector de longitud  $\mathbf{d}$ entre el centro de la celda de interés P y el centro la cara vecina N es ortogonal al plano de la cara, es decir, paralelo a  $\mathbf{S}_f$ :  $\mathbf{S}_f \cdot (\nabla \mathbf{u})_f = |S_f| \frac{\mathbf{u}_N - \mathbf{u}_P}{|\mathbf{d}|}$ 

#### 2.4.2.2 Discretización del término convectivo

El término convectivo está integrado en el volumen de control y linealizado de la siguiente manera:

$$\int_{V} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) dV = \int_{S} d\mathbf{S} \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \sum_{f} \mathbf{S}_{f} \cdot (\rho \mathbf{u})_{f} \mathbf{u}_{f} = \sum_{f} F \mathbf{u}_{f}$$
(17)

donde  $\mathbf{u}_f$  se evalúa utilizando diferencias centradas:  $\mathbf{u}_f = f_x \mathbf{u}_P + (1 - f_x) \mathbf{u}_N$ , en el que  $f_x \equiv \overline{fN}/\overline{PN}$ , siendo  $\overline{fN}$  la distancia entre f y el centro de la celda N, y  $\overline{PN}$  la distancia entre los centros de las celdas P y N.

### 2.4.2.3 Primera derivada temporal

La primera derivada parcial  $\frac{\partial}{\partial t}$  está integrado en el volumen de control de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho \mathbf{u} dV \tag{18}$$

donde el término es discretizado de la forma:

valor nuevo:  $\mathbf{u}^n \equiv \mathbf{u}(t + \Delta t)$  en el tiempo actual.

valor anterior:  $\mathbf{u}^0 \equiv \mathbf{u}(t)$  que corresponde al paso anterior.

valor anterior al anterior:  $\mathbf{u}^{00} \equiv \mathbf{u}(t - \Delta t)$  correspondiente al paso anterior al paso anterior.

Se utiliza en este caso el esquema de Euler implícito:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho \mathbf{u} dV = \frac{(\rho_{P} \mathbf{u}_{P} V)^{n} - (\rho_{P} \mathbf{u}_{P} V)^{0}}{\Delta t}$$
(19)

# 2.4.2.4 Término fuente

Todos los términos de la ecuación original que no se puede escribir como convección, difusión o términos temporales son tratados como fuentes. Primero debe ser linealizado

(Jasak, 1996):

$$S_{\mathbf{u}}(\mathbf{u}) = S_u + S_P \mathbf{u} \tag{20}$$

donde  $S_u$  y  $S_P$  pueden depender de **u**, luego, la integral en el volumen se calcula como:

$$\int_{V_P} S_{\mathbf{u}}(\mathbf{u}) dV = S_u V_P + S_P V_P \mathbf{u}_P$$
(21)

#### 2.5 Datos de monitoreo disponibles

El Centro Internacional de Hidroinformática (CIH) surgió de la asociación entre ITAIPU Binacional y el Programa Hidrológico Internacional (PHI) de la UNESCO. El mismo tiene a disposición del público distintos datos de la cuenca del Lago Ypacarai, tanto de saneamiento como avances de proyectos de recuperación de la cuenca, así como también datos generales del lago. En la Figura 3, se pueden observar los distintos tributarios del lago, entre los que se encuentran el Yagua Resau, Yukyry y Pirayu, que son los más importantes.



Figura 3. Delimitación de Cuenca y Subcuencas del Lago Ypacarai. Fuente: CIH, 2015.

Trabajos anteriores de monitoreo y caracterización, como los de Amarilla Pavón (2014); Ruiz Fleitas et al. (2005); Ritterbusch (2005), poseen datos generales de los tributarios, tales como dimensiones y caudales, así como datos de contaminantes

medidos en años anteriores. Por otro lado, se encuentran datos de viento en la página web de la Dirección Nacional de Aeronáutica Civil (DINAC), a través del sistema MCH (Meteorología, Climatología e Hidrología). Se pueden consultar datos en forma de tabla, datos sobre gráficas y datos sobre mapas. Para la toma de datos, poseen sensores en distintas estaciones ubicados en todo el Paraguay (Figura 4). Posee datos de lluvia, presión, temperatura y viento, diarios, mensuales y anuales que son de acceso público.



Figura 4. Ubicación de Estaciones de Medición. Fuente: DINAC. Sistema MCH, 2015.

En las Figuras 5 (a), (b) y (c) se muestran las mediciones de viento (velocidad media, máxima y dirección respectivamente), tomadas en las fechas desde el 01/01/2015 al 20/12/2015, en la estación de San Bernardino que es la estación más cercana al lago cuyos datos se encuentran disponibles. Estos datos se utilizan para determinar el promedio anual de la magnitud de la velocidad del viento, siendo ésta 15 km/h. No se encuentran datos de otras estaciones de medición en los alrededores del lago, por lo que se utiliza como referencia esta estación. Sin embargo, datos de estaciones de ciudades cercanas muestran que los valores medios anuales de viento en las mismas se





Figura 5. Datos de viento en la estación de San Bernardino. Fuente: DINAC, 2015.

El Centro Multidisciplinario de Investigaciones Tecnológicas (CEMIT), tiene a disposición del público los informes de las campañas de monitoreo del lago. Se utilizan los datos de la campaña más reciente disponible, realizada del 02 al 04 de junio del 2015, en la que los datos se obtuvieron por medio de muestreo de agua superficial, basado en lo establecido por la *Standard Methods 20° Ed. para agua superficiales y de desechos*. El fósforo es considerado como un parámetro crítico en la calidad del agua debido a su influencia en el proceso de eutrofización. Se presenta en las aguas naturales principalmente en forma de fosfatos, clasificados en ortofosfatos, fosfatos condensados (piro, meta y otros polifosfatos) y fosfatos enlazados orgánicamente. Se encuentran en solución, en partículas o detritus o en cuerpos de organismos acuáticos y pueden provenir de diversas fuentes (Sierra et al., 2013). Debido a su importancia y a la disponibilidad de datos, se considera como parámetro de comparación de los resultados las mediciones de fósforo total. Los puntos de medición y valores de concentración de fósforo total se presentan en la Tabla 2.

Referencia	Punto de medición	Valores numéricos (mg/l)
PM1	Río Salado	0,338
PM2	Arroyo Yukyry	0,366
PM3	Playa de Aregua	0,092
PM4	Centro del lago	0,08
PM5	Desembocadura del arroyo Pirayu	0,057
PM6	Arroyo Pirayu	0,215
PM7	Club Náutico (San Bernardino)	0,061

Tabla 2. Puntos de medición y valores de referencia.

Fuente: *Monitoreo de Calidad de Agua por Campañas de Muestreo en el Lago Ypacarai.* CEMIT, 2015.

En la Figura 6 se observan estos puntos en el mapa del Lago Ypacarai, obtenido con Google Maps.



Figura 6. Ubicación de los puntos de medición en el mapa del lago. Fuente: Adaptado de *Monitoreo de Calidad de Agua por Campañas de Muestreo en el Lago Ypacaraí. Informe Técnico de la Cuarta Campaña de Muestreo.* (p.5), CEMIT, 2015.

# Capítulo 3

# 3. METODOLOGÍA

En este capítulo se describen el sistema de estudio, las variables y las consideraciones realizadas. Además, se presentan el mallado, el algoritmo, y una breve explicación del *solver* utilizado para la resolución del sistema de ecuaciones.

El enfoque es cuantitativo y el alcance exploratorio, ya que si bien existen diversos trabajos que estudian el efecto del viento en lagos y en el transporte de contaminantes, no se encuentran trabajos de simulación en los que se considere este efecto en el Lago Ypacarai, relacionándolo con el transporte de contaminantes en el mismo. De esta manera, este trabajo marca el punto de partida para investigaciones futuras, en los que se realicen simulaciones más completas del lago. Al tener un alcance exploratorio, no se formulan hipótesis.

Las variables de estudio son:

- Dirección del viento: es la variable independiente. Esta variable es modificada en el trabajo, de manera a analizar el cambio que sufre la velocidad de flujo de agua y la concentración del escalar pasivo no reactivo con esta variación.
- Velocidad del fluido: es una variable dependiente. Corresponde a la velocidad del agua presente en el dominio en estudio, en un determinado tiempo. Es el valor obtenido a partir de la simulación, y cuyo perfil se desea obtener.
- Concentración del escalar pasivo: es una variable dependiente. Es la concentración que se presenta dentro del dominio, y cuyo perfil de transporte es evaluado al modificar la dirección del viento.
- Velocidad de los tributarios: es una variable de control. Es la velocidad de entrada/salida del flujo de agua de los tributarios al lago. Se obtiene a partir de valores encontrados en la bibliografía y se mantiene constante.

- Rapidez del viento: es una variable de control. Es la magnitud de la velocidad del viento que se mantiene constante en la simulación.
- Densidad del aire: es una variable de control. Se mantiene constante en la simulación.

# 3.1 Sistema de estudio

En la Figura 7, se observa la geometría considerada (superficie del Lago Ypacarai). Se consideran como entradas al lago los arroyos Yukyry (Entrada 1) y Pirayu (Entrada 2), y como salida al río Salado. Como se menciona en la Tabla 1, las velocidades de entrada de las corrientes son de 0,26 m/s para el arroyo Yukyry (Amarilla Pavón, 2014) y de 0,51 m/s para el arroyo Pirayú (Domecq & Báez, 2007). Además, se observa la velocidad del viento w, separada en sus componentes,  $u_w$ , en la dirección x, y  $v_w$ , en la dirección y. En cuanto a la dirección del viento, se considera al Norte como  $0^{\circ}$ .



Figura 7. Diagrama del cuerpo libre de la geometría considerada. Fuente: Elaboracion propia (Mapa del Paraguay: CIH, 2015).

#### 3.2 Consideraciones

En la Tabla 3 se presentan los valores que se mantienen constantes en la simulación y otros parámetros considerados con su tolerancia.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad de medida		
Densidad del agua <sup>1</sup>	ρ	1.000	kg/m <sup>3</sup>		
Viscosidad dinámica del agua <sup>2</sup>	$\mu$	$8,937 \cdot 10^{-4}$	kg/ $m \cdot s$		
Coeficiente de arrastre <sup>3</sup>	$C_d$	$1 \cdot 10^{-3}$	-		
Densidad del aire <sup>4</sup>	$\rho_a$	1,29	kg/m <sup>3</sup>		
Rapidez del viento <sup>5</sup>	w	15	km/h		
Coeficiente de difusión <sup>6</sup>	D	$0,89 \cdot 10^{-9}$	m <sup>2</sup> /s		
Paso de tiempo <sup>7</sup>	$\Delta t$	2	S		
Tiempo inicial <sup>8</sup>	$t_0$	0	S		
Tiempo final <sup>9</sup>	t	200.000	S		
Parámetro	Símbolo	Te	<b>Tolerancia</b> <sup>10</sup>		
Viento	h	$1 \cdot 10^{-6}$			
Presión	р	$1\cdot 10^{-6}$			
Escalar	Т	$1 \cdot 10^{-7}$			
Velocidad	U	$1 \cdot 10^{-5}$			

Tabla 3. Parámetros considerados en la simulación

<sup>1,2,4</sup> Fuente: Manual del ingeniero químico. Tomo I. Perry, R. H., & Green, D. W., 1995.

<sup>3</sup> Fuente: *Three-dimensional numerical modeling of cohesive sediment transport and wind wave impact in a shallow oxbow lake*. Chao, X., Jia, Y., Shields, F. D., Wang, S. S., & Cooper, C. M., 2008.

<sup>5</sup> Fuente: Dirección Nacional de Aeronáutica Civil (DINAC), 2015.

<sup>6</sup> Fuente: *Fluxo difusivo de fósforo em função de doses e da umidade do solo*. da Costa, J. P., de Barros, N. F., de Albuquerque, A. W., Filho, G. M., & Santos, J. R., 2006.

<sup>7,8,9</sup> Nota: Valores considerados de modo a mantener la convergencia.

<sup>10</sup> Nota: Valor especificado por defecto en el *solver*.

Los datos del viento se obtienen de datos de mediciones diarias, que se encuentran en la página web de la Dirección de Meteorología e Hidrología de la Dirección Nacional de Aeronáutica Civil (DINAC), donde los datos de dirección muestran que los vientos predominantes son los del norte (N) y noreste (NE). Los valores considerados en la simulación se presentan en la Tabla 4.

Como se mencionó en la Sección 2.5, se considera como parámetro de comparación de los resultados las mediciones de fósforo total. Las entradas del escalar son los arroyos Yukyry y Pirayú simultáneamente, con concentraciones de 0,4 mg/l y 0,22 mg/l, respectivamente, de modo a ajustar a los valores medidos en estos puntos en la cuarta campaña de monitoreo del lago (CEMIT (Centro Multidisciplinario de Investigaciones Tecnológicas), 2015). Se utiliza una mayor concentración en el arroyo Yukyry, de

Rapidez del viento ( <i>km/h</i> )	nto ( <i>km/h</i> ) Dirección	
15	45°	NE (Noreste)
15	135°	SE (Sureste)
15	225°	SW (Suroeste)
15	315°	NW (Noroeste)

Tabla 4. Direcciones	consideradas	en la	simul	lación

Fuente: Elaboración propia.

modo a aproximar a la situación real. Los resultados se analizan por comparación simple con los valores de la Tabla 2 de la sección 2.5 en los puntos de medición considerados en la misma.

- Resumen de las suposiciones hechas:
  - Fluido incompresible.
  - Régimen laminar.
  - Ausencia de reacciones químicas.
  - No hay variación del contorno del lago por acumulación de masa de agua.
  - La velocidad del viento no varía con el tiempo.
  - La velocidad de entrada en los tributarios se mantiene constante.
  - La densidad del aire no varía.

En este trabajo se considera como caso de estudio el Lago Ypacarai, sin embargo, es posible llevar a cabo una simulación similar en otros lagos, si se poseen los datos del contorno, así como caudales o velocidades de los tributarios del lago considerado. Además, a partir de la simulación se pueden analizar otros casos o realizar otras consideraciones, como por ejemplo, se puede introducir el escalar pasivo en otro sector del lago (no solamente en los tributarios), o utilizar otras direcciones de viento.

#### 3.3 Procedimiento general

Se inicia el procedimiento con la obtención de la malla del Lago Ypacarai, la cual se considera que no varía en la simulación. Luego, para que sea posible realizar la simulación con los efectos considerados, se realizan las modificaciones necesarias al *solver* utilizado (Apéndice A.3).

La simulación se realiza en dos partes:

- Se obtiene inicialmente el patrón de flujo de agua en la geometría de la superficie del Lago Ypacarai, y se obtienen los gráficos correspondientes, en ausencia de viento y para cada dirección de viento considerada (Tabla 4).
- Luego de obtener la velocidad de flujo, se modela el transporte de un escalar pasivo no reactivo, introducido por los tributarios, y se obtienen los gráficos correspondientes, en ausencia de viento y para cada dirección de viento considerada (Tabla 4).

### 3.4 Generación de la malla

Para que sea posible llevar a cabo la simulación se deben crear la malla y los archivos que el *solver* necesita para funcionar. El contorno del dominio, se obtiene mediante ArcGIS, un Sistema de Información Geográfica (SIG), que consiste en un conjunto de aplicaciones para la captura, edición, análisis, tratamiento, diseño, publicación e impresión de información geográfica, y en cuya base de datos se encuentran almacenados datos variados acerca de la cuenca del Lago Ypacarai. En la Figura 8, se muestra la cuenca completa obtenida de este sistema.



Figura 8. Cuenca del lago Ypacarai en ArcGIS. Fuente: División de recursos hídricos, Facultad de Ingeniería UNA,2015
Esta base de datos contiene información acerca de la extensión y medida, expresada en metros, del Lago Ypacarai. Para extraer esta información, es exportada a formato CAD, para que sea posible su manipulación en AutoCAD<sup>®</sup> (Figura 9).



Figura 9. Generación del contorno con Autocad. Fuente: Elaboración propia.

Una vez obtenidos los puntos de ubicación (x, y) de cada punto de la frontera en AutoCAD<sup>®</sup>, es posible exportarlos manualmente al programa GMSH, el cual permite obtener una malla de elementos triangulares, basado en el método postulado por el matemático ruso Boris Nikolaevich Delone, la triangulación de Delaunay (Figura 10). Tal método estipula que la circunferencia circunscrita a cada triángulo del mallado no debe contener ningún vértice de otro triángulo.





Fuente: *Delaunay triangulation and computational fluid dynamics meshes*, Posenau, M. A. K., & Mount, D. M., 1992.

Mediante GMSH es posible crear geometrías complejas y mallas que sirven tanto en el método de volúmenes finitos como el de elementos finitos. Para obtener la malla final, se extruye la malla obtenida en el eje z de forma completamente axial, consistiendo únicamente en una geometría tridimensional, con mallado exclusivamente bidimensional (Figura 11).



Figura 11. Generación de la malla final. Elaboración propia.

Una vez obtenida la malla en formato msh, es necesario transformar el formato de malla. Para eso se encuentra disponible una herramienta de OpenFOAM<sup>®</sup> que permite hacerlo, llamada *gmshToFoam*. Al aplicar el código presentado en la Figura 12 en la terminal, es posible crear el archivo correspondiente a la malla dentro del directorio del caso, ubicado en la carpeta *constant/blockMeshDict* (ver descripción en el Apéndice A.2).

#### 3.5 Algoritmo de resolución de las ecuaciones

Se utiliza el *solver icoFoam*, que resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles no estacionarios. Éste utiliza el algoritmo PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) para llevar a cabo la simulación. Mediante este algoritmo,



Figura 12. Aplicación del código en la terminal. Elaboración propia.

la resolución del sistema es llevada a cabo mediante la división (splitting) de las operaciones en pasos predictores y correctores, de modo que en cada paso de tiempo se obtienen ecuaciones simplificadas cuyas soluciones pueden obtenerse mediante técnicas comunes de resolución. Las soluciones obtenidas madiante estos pasos son aproximaciones a las soluciones exactas con una exactitud temporal comparable a (o mejor a) la exactitud del esquema de discretización utilizado (Issa et al., 1986).

Esto, junto con el hecho de que la estabilidad de la estructura general es poco afectada por el procedimiento de división, permite conservar la ventaja de la diferenciación implícita, es decir, la capacidad de hacer frente a grandes pasos de tiempo. Esto es verificado en el trabajo de Issa et al. (1986), donde se aplica la metodología para la computación tanto de flujo compresible e incompresible.

El método ha sido aplicado al cálculo de flujos transientes tanto para fluidos compresibles como incompresibles. Las ventajas del método son (Issa et al., 1986):

- El método posee una buena exactitud temporal.
- Es mas rápido que técnicas iterativas utilizadas para flujos transientes.
- Es estable para pasos de tiempo grandes(lo cual hace que el método sea eficiente

para casos de flujo estacionario como para los transientes).

Es aplicable al flujo incompresible como al flujo compresible.

A continuación se presenta brevemente el desarrollo del algoritmo.

De las ec. 1 y 2, se deriva una ecuación de presión, que se utilizará luego para resolver el algoritmo en forma de predictor/corrector.

En OpenFOAM<sup>®</sup> las velocidades convectivas se definen en las caras de celdas y la presión está en dividida por la densidad:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) - \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) = -\nabla \mathbf{p}$$
(22)

Se desarrolla una ecuación de corrección de presión necesaria en la resolución, a partir de la discretización de la ecuación anterior, realizando varias simplificaciones, de las que se obtiene la ecuación (Jasak, 1996):

$$a_p \mathbf{u}_p = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla \mathbf{p} \tag{23}$$

donde H(u) contiene los términos convectivos y difusivos, y  $a_p$  contiene los coeficientes diagonales de la matriz que se separan de H(u). Despejando el término  $u_p$  se tiene:

$$\mathbf{u}_p = \frac{1}{a_p} H(u) - \frac{1}{a_p} \nabla p \tag{24}$$

Combinando la ec. 24 con la ecuación de continuidad, se obtiene la ecuación de presión:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{a_p} \nabla p\right) = \nabla \cdot \left(\frac{H(\mathbf{u})}{a_p}\right)$$
(25)

Finalmente, el algoritmo PISO se puede resumir en los siguientes pasos:

 Paso predictor: a partir de una presión inicial se calcula una velocidad inicial u\* (a partir de la ec. 24). Esta velocidad aún no cumple con la condición de divergencia cero de la ecuación de continuidad, por lo que es necesario corregir el valor.

- Primer paso corrector: con la velocidad u\* calculada en el paso predictor, se corrige la presión, calculando una nueva p\*, a partir de la ec. 25. Con esta presión se vuelve a calcular una velocidad u\*\* a partir de la ec. 24.
- Siguientes pasos correctores: Se repite el primer paso corrector hasta obtener una velocidad que cumpla con la condición de divergencia cero y se llegue a la convergencia. Se necesitan como mínimo dos pasos correctores en el algoritmo (Issa, 1986).

En la Figura 13 se presenta un esquema general de algoritmo descrito.



Figura 13. Esquema del algoritmo PISO. Fuente: Adaptado de 2-D Lid-Driven Cavity. Incompressible Navier-Stokes (icoFoam), PISO Algorithm and Mesh Remapping, Kuhlmann & Romano, 2015.

Las implicancias del algoritmo PISO son:

- Los sistemas presión-velocidad contienen dos términos acoplados:
  - El término convectivo no lineal, que contiene el acople **u-u**.
  - El acople lineal entre la presión y la velocidad.
- En los casos en que el Número de Courant sea bajo (paso de tiempo reducido), el acople presión-velocidad es mucho más fuerte que el acople no lineal. De esta manera es posible repetir un número de correctores de presión sin la necesidad de actualizar la discretización de la ecuación de momento.

- En esta configuración, el primer corrector de presión crea un campo de velocidad conservativo, mientras que el segundo establece la distribución de presión.
- Debido a que son utilizados múltiples correctores de presión, con una única ecuación de momento, no es necesaria la aplicación de técnicas de sobre relajación tanto en la presión como en la velocidad.

#### 3.6 Descripción del solver

*IcoFoam* es un *solver* de OpenFOAM<sup>®</sup>, que se encarga de resolver problemas de flujo laminar no estacionarios.

Con el fin de incluir el efecto del viento y el transporte del contaminante, se parte del *solver* icoFoam.C y se crea uno nuevo  $(my\_icofoam.C)$ . Las modificaciones realizadas son las siguientes:

- Primera modificación: Añadir modificaciones al *solver icoFoam* a fin de que éste sea capaz de resolver las ecuaciones de flujo, considerando el esfuerzo cortante adicional en el sistema, correspondiente al modelado del efecto del viento.
- Segunda modificación: Una vez que se obtenga un *solver* capaz de calcular el las velocidades de flujo en el dominio, insertar en el código una ecuación adicional correspondiente al escalar pasivo no reactivo.

Los detalles de ambas modificaciones y el *solver* completo,  $my\_icofoam.C$ , se encuentran en los Apéndices A.3 y B, respectivamente.

#### 3.7 Evaluación de los resultados

Para el análisis de los resultados, se consideran zonas muertas aquellas en las que la velocidad de flujo es  $\leq 0.05 m/s$ , y zonas de riesgo aquellas que por las características del flujo permiten una mayor acumulación de la contaminación en esa zona.

Los gráficos de contorno que se obtienen para los casos, en ausencia de viento, y para cada caso de dirección de viento considerado, se analizan por comparación simple, en el tiempo final de simulación, con el fin de identificar zonas muertas en los distintos escenarios de simulación, así como posibles zonas de riesgo.

El riesgo en una zona se considera como el aumento de la contaminación en la misma,

debido a que la baja velocidad de flujo no permite al contaminante diseminarse. Debido a esto, las zonas que se consideraban seguras y con buenas condiciones acuíferas para su aprovechamiento ahora ya no existirían como tal.

Luego se comparan entre sí los gráficos correspondientes a los casos de transporte de escalar para el caso de ausencia de viento y para cada dirección de viento. Se comparan los datos obtenidos en cada gráfico, al final de la simulación, con los datos reales del informe técnico de la cuarta campaña de monitoreo en el Lago Ypacarai, en los puntos de medición considerados en la Tabla 2. No se especifican las condiciones del viento en el momento de la medición, por lo que se halla el error relativo porcentual por medio de la fórmula:

$$error = \frac{|valor \ simulado - valor \ real|}{valor \ real} \cdot 100$$
(26)

## Capítulo 4

#### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

# 4.1 Resultados de la comparación de velocidades de flujo en presencia y ausencia de viento

A partir de los datos de la Tabla 4 y las consideraciones mencionadas en la sección 3.2, se simula el flujo del lago para cada dirección de viento. Se calcula el esfuerzo cortante generado por el viento a partir de las ec. (7) y (8). Este esfuerzo se introduce en la ec. (1) como el término de fuerza externa, f. En la Figura 14, se observan las direcciones consideradas para el viento, tomando al Norte como 0° y rapidez del viento de 15 km/h. Finalmente, para llevar a cabo las simulaciones, se siguieron los pasos descriptos en el Capítulo 3.



Figura 14. Direcciones de viento consideradas en la simulación. Elaboración propia.

En la Figura 15 se observan los casos de velocidad de flujo en ausencia y presencia de viento. Los casos de velocidad de flujo en los que se incluye el factor viento corresponden a una rapidez de viento de 15 km/h y las direcciones corresponden a las mencionadas en la Tabla 4.



Figura 15. Diagrama vectorial de la velocidad de flujo. Casos de estudio en ausencia y presencia de viento. Tiempo= 200.000s

Al comparar los casos en la Figura 15, se observa que el perfil de velocidades en presencia de viento es mayor y presenta distribuciones totalmente distintas al caso en ausencia de viento (Figura 15 (a)). Además, se observan regiones que no son influenciadas, consideradas zonas muertas (zonas azules), por lo tanto, si un contaminante es descargado en esa zona, el flujo permanecerá con pequeñas fluctuaciones y podría presentar un mayor riesgo de contaminación. Se observa que una de las zonas en la que esto es más pronunciado es Aregua, ya que en todos los casos, la velocidad de flujo es baja en esta zona, lo que implica que el riesgo de contaminación es alto.

Sin embargo, como se observa en las Figuras 15 (c) y (e), para vientos del Sureste y Noroeste, la velocidad de flujo en la zona de Aregua es mayor que para vientos del Noreste y Suroeste (Figuras 15 (b) y (d)), y mucho mayor aún que el caso en ausencia de viento (Figura 15 (a)). Esto implica que en el caso de descarga de un contaminante en estas condiciones de viento, en la zona de Aregua, el flujo permitiría la difusión del contaminante hacia otras zonas del lago, lo que disminuiría la contaminación en esta zona, pero a su vez, aumentaría en otras.

Por otro lado, en el caso de Ypacarai, se observa que la velocidad de flujo es relativamente alta en todos los casos, comparándolos entre sí, donde, en presencia los vientos del Suroeste (Figuras 15 (d)), se tienen velocidades más bajas, lo que implica que en esas condiciones podría ser una zona de riesgo, por ejemplo en el caso de un derrame accidental de contaminante.

En general, se observa un patrón de flujo más pronunciado para vientos del Sureste y Noroeste (Figuras 15 (c) y (e)), en los que sin embargo, se encuentran también zonas muertas como por ejemplo la zona de San Bernardino, próxima al arroyo Pirayu, en el caso de vientos del Noroeste (Figuras 15 (e)). Así, los resultados obtenidos demuestran que el viento tiene una gran influencia en la velocidad de flujo en el lago y en el transporte de contaminantes. En la simulación, se encontraron zonas que presentan velocidades bajas ( $\leq 0.05m/s$ ) en todos los casos, las cuales fueron indicadas en rojo (Figura 16). Esto significa que hay un mayor riesgo de que un contaminante vertido en ese punto no pueda diseminarse y por lo tanto se acumule en dicha zona. Por otro lado, las zonas marcadas en naranja, son aquellas que presentaron bajas velocidades en tres de los casos, lo que indica que hay un riesgo de contaminación, pero es menor que en las zonas rojas. Finalmente, en la zona indicada en verde, se observa una gran circulación en todos los casos, por lo que no presenta riesgo.



Figura 16. Indicación de zonas de riesgo. Nota: los puntos marcados no corresponden a áreas exactas, sino a una simple indicación.

#### 4.2 Transporte del escalar pasivo

El transporte del contaminante en el dominio considerado se realiza a través de la difusión de un escalar pasivo no reactivo. De manera a analizar el transporte del escalar, se utilizan como base de comparación los valores obtenidos de mediciones *in situ* realizadas por el CEMIT, en la cuarta campaña de muestreo en el lago Ypacarai, realizado del 02 al 04 de junio del 2015. En la Figura 17, se observan los puntos de medición y valores de concentración de fósforo total, en (mg/l), obtenidos de dichas mediciones.



Figura 17. Puntos de medición considerados. Valores en mg/l.
 Fuente: Adaptado de Monitoreo de Calidad de Agua por Campañas de Muestreo en el Lago Ypacaraí. Informe Técnico de la Cuarta Campaña de Muestreo. (p.5), CEMIT, 2015.

# **4.3** Resultados de la simulación del transporte del escalar pasivo en ausencia y presencia de viento

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones del transporte del escalar pasivo no reactivo en ausencia y presencia de viento. Se consideró para el viento una rapidez de 15 km/h y direcciones correspondientes a las presentadas en la Tabla 4 (45°, 135°, 225° y 315°). En todos los casos se consideró el coeficiente de difusión  $D = 0.89 \cdot 10^{-9}m^2s^{-1}$ . Las entradas del escalar son los arroyos Yukyry y Pirayú simultáneamente, con concentraciones de de 0.4 mg/L y 0.22 mg/l, respectivamente, valores que corresponden a las mediciones de cuarta campaña de monitoreo en el lago.

#### 4.3.1 Caso 1: Ausencia de viento

En la Figura 18 se presentan los resultados del transporte del escalar en ausencia de viento.



Figura 18. Transporte del escalar en ausencia de viento en distintos tiempos. Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai, SB= San Bernardino.

Se puede observar en la Figura 18, que por la proximidad del Rio Salado al arroyo Yukyry, y el perfil de velocidad, hay una gran cantidad de contaminante que termina en el Río Salado. Esto implica que zonas como la de Aregua y el centro del lago no se ven considerablemente afectadas en la situación analizada, mientras que las zonas de San Bernardino e Ypacarai son las más afectadas.

#### 4.3.2 Caso 2: viento de rapidez 15 km/h y dirección 45° (Noreste)

En la Figura 19 se presenta el resultado en distintos tiempos de la simulación para el caso en el que se presentan vientos del noreste.



Figura 19. Viento de dirección 45° (Noreste). Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai, SB= San Bernardino.

Como se observa en la Figura 19, en presencia de vientos del noreste, la simulación indica que las zonas de Aregua y centro del lago se ven afectadas en gran medida en el caso de vertido de un contaminante en el arroyo Yukyry, a diferencia del caso de que no haya viento, en el cual estas zonas no son afectadas. Además, el río Salado en estas condiciones se ve menos afectado. Por último, la entrada de contaminante por el arroyo Pirayú contribuye a la contaminación en la zona de Aregua e Ypacarai, habiendo un menor efecto en la zona de San Bernardino.

#### 4.3.3 Caso 3: viento de rapidez 15 km/h y dirección 135° (Sureste)

En la Figura 20 se presenta el resultado en distintos tiempos de la simulación para el caso en el que se presentan vientos del sureste.



Figura 20. Viento de dirección 135° (Sureste). Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai, SB= San Bernardino.

Al igual que el caso anterior, en presencia de vientos del Sureste (Figura 20), la simulación indica que las zonas de Aregua y centro del lago se ven afectadas si se vierte un contaminante en el arroyo Yukyry, a diferencia del caso de que no haya viento, en el cual estas zonas no son afectadas. Sin embargo, se observa que en este caso la zona mayormente afectada corresponde a los alrededores del río Salado, mientras que el efecto en Aregua es mucho menor que en el caso anterior.

En el caso del vertido del contaminante en el arroyo Pirayu, se observa una tendencia inicial hacia la zona de Ypacarai, que debido al patrón de flujo, se distribuye luego hacia la zona de San Bernardino. Por otro lado, se observa una gran concentración del contaminante en la zona de Ypacarai y centro del lago, igual que en el caso anterior (Figura 19).

#### 4.3.4 Caso 4: viento de rapidez 15 km/h y dirección 225° (Suroeste)

En la Figura 21 se presenta el resultado en distintos tiempos de la simulación para el caso en el que se presentan vientos del suroeste.



Figura 21. Viento de dirección 225° (Suroeste). Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai, SB= San Bernardino.

En este caso (Figura 21), teniendo en cuenta el contaminante que ingresa por el arroyo Yukyry, al igual que el caso anterior se observa que hay una mayor influencia en la zona de los alrededores del río Salado, y un efecto menor en las zonas de Aregua y centro del lago. Sin embargo, se ve una tendencia de aumento hacia la zona de Aregua, lo que significa que también puede llegar a ser importante la contaminación en esa zona. Por otro lado, el contaminante que ingresa por el arroyo Pirayu, contribuye al aumento de la contaminación en la zona de San Bernardino. Finalmente, en este caso se observa que el contaminante se distribuye en la mayor parte del lago, y al igual que para vientos del Noreste (Figura 21), hay una tendencia de aumento de la concentración del contaminante en el centro del lago y Aregua.

#### 4.3.5 Caso 5: viento de rapidez 15 km/h y dirección 315° (Noroeste)

En la Figura 22 se presenta el resultado en distintos tiempos de la simulación para el caso en el que se presentan vientos del noroeste.



Figura 22. Viento de dirección 315° (Noroeste). Nota: A= Aregua, Y= Ypacarai, SB= San Bernardino.

En la Figura 22, se observa que las zonas del río Salado y San Bernardino son las más influenciadas, siendo la zona de Aregua la que presenta una menor efecto. Al igual que en la Figura 20, se puede distinguir una tendencia de aumento del efecto del viento en el centro del lago, debido a ambas entradas de contaminantes. Finalmente, el contaminante que ingresa en el arroyo Pirayu presenta una mayor influencia en la zona de San Bernardino, y se observa la menor influencia en la zona de Ypacarai.

#### 4.3.6 Comparación de resultados obtenidos

Los valores obtenidos en las simulaciones son comparados con los valores de las mediciones reales, presentados en la Figura 17. No se especifican las condiciones del viento en el momento de la medición, por lo que se halla el error relativo porcentual para todos los casos, de modo a observar si los resultados se aproximan a la situación real. Los resultados se observan en la Tabla 5

	Punto de medición	Concentración (mg/l)										
Referencia		Real	Sin viento		Viento de 45°		Viento de 135°		Viento de 225°		Viento de 315°	
			Valor	Error(%)	Valor	Error(%)	Valor	Error(%)	Valor	Error(%)	Valor	Error(%)
PM1	Río Salado	0,338	0,226	33,1	0,156	53,8	0,201	40,5	0,142	56,0	0,201	40,5
PM2	Arroyo Yukyry	0,366	0,338	7,6	0,337	7,9	0,399	9,02	0,326	10,9	0,369	0,82
PM3	Playa de Aregua	0,092	0,00	100	0,216	134,8	0,111	20,7	0,067	27,2	0,088	4,35
PM4	Centro del lago	0,08	0,00	100	0,170	112,5	0,095	18,8	0,101	26,2	0,08	0,00
PM5	Arroyo Pirayu (Desembocadura)	0,057	0,211	270,2	0,197	245,6	0,209	266,7	0,0501	12,1	0,076	33,3
PM6	Arroyo Pirayu	0,215	0,22	2,3	0,219	1,86	0,22	2,3	0,212	1,20	0,22	2,3
PM7	Club Náutico (San Bernardino)	0,061	0,165	170,5	0,109	78,7	0,126	106,6	0,115	88,5	0,124	103,3

Tabla 5. Puntos de medición y valores obtenidos en la simulación

Fuente: Elaboración propia

Doforoncio	Punto do modición	Dirección del viento					
Nelelencia	r unto de medición	5(mayor error)	4	3	2	1(menor error)	
PM1	Río Salado	SO	NE	NO	SE	SV	
PM2	Arroyo Yukyry	SO	SE	NE	SV	NO	
PM3	Playa de Aregua	NE	SV	SO	SE	NO	
PM4	Centro del lago	NE	SV	SO	SE	NO	
PM5	Desembocadura del arroyo Pirayu	SV	SE	NE	NO	SO	
PM6	Arroyo Pirayu	SV	SE	NO	NE	SO	
PM7	Club Náutico (San Bernardino)	SV	SE	NO	SO	NE	

Tabla 6. Analisis de los errores obtenidos, de menor a mayor

Fuente: Elaboración propia

Se observa en la Tabla 5 que los valores obtenidos son cualitativamente similares a los reales. En base a esta tabla, se resumieron los resultados ordenando los errores obtenidos en cada caso de viento para cada punto de medición, con lo cual se obtiene la Tabla 6. En cada fila se presenta un punto de medición, y se van ordenando los casos de simulación (diferentes direcciones de viento) de mayor error (5) a menor error (1).

Esta tabla muestra que la dirección de viento que cuenta con menor error respecto a los valores reales es la de 315° (NO), la cual está resaltada en la Tabla 6. Por ende, esta dirección de viento es la que más se adecua a los datos de medición. Las demás direcciones presentan errores más elevados, al compararlos entre sí, siendo la dirección de 135° (NO), y el caso de ausencia de viento, los que presentan mayor error con respecto a los demás. Sin embargo, el error en la dirección 315° (NO), mantiene un error bajo con respecto a los demás valores en todos los puntos de medición.

Los errores elevados entre las mediciones reales en los puntos de medición considerados y los resultados de la simulación pueden deberse no sólo a errores propios de la aproximación numérica, sino también a que no se consideran todos los factores que afectan a la dinámica. Aparte de esto debe considerarse que la simulación es llevada a cabo en condiciones ideales de vertido de escalar a través de los tributarios solamente, lo cual no ocurre siempre en la realidad.

## Capítulo 5

#### 5. CONCLUSIONES

Basado en los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas se pueden hacer las siguientes conclusiones.

Al comparar los patrones de flujo producidos con distintas direcciones de viento, se observa que el efecto del viento ejerce una influencia sobre el perfil de velocidades del dominio, como se observa en la Figura 15. Las zonas con velocidades de flujo < 0.05 m/s representan zonas muertas, es decir, debido a la baja velocidad de la zona, el flujo permanecerá con pequeñas fluctuaciones y en el caso de que se descarguen contaminantes en ese lugar, permanecerán allí, lo que implica un aumento de la contaminación, y por lo tanto constituirán zonas de riesgo. Esto afectaría negativamente, no sólo a la fauna que habite esa zona del lago, sino también a las actividades humanas, tanto económicas como recreativas, en las zonas urbanas en los alrededores. De acuerdo a la Figura 15, en Aregua esta característica es más pronunciada, lo que concuerda con los resultados de calidad de agua de la Secretaría del Ambiente (SEAM). Sin embargo, al comparar el flujo para distintas direcciones de viento, para vientos del Sureste y Noroeste, las velocidades en la zona de Aregua son mayores, lo que disminuiría la contaminación en esa zona. Finalmente, comparando los casos entre sí, se observa que el viento tiene una influencia marcada en el perfil de flujo.

El transporte del escalar pasivo, introducido por los tributarios, presenta una distribución diferenciada para cada caso de aplicación de viento. A partir de los casos se observa que en ausencia de viento, así como en presencia de vientos del suroeste y noroeste, las zonas de San Bernardino y del río Salado son las más afectadas, mientras que para vientos del noreste Aregua e Ypacarai presentan el mayor riesgo de contaminación. Además se observa una tendencia a la contaminación en las zonas de Ypacarai y centro del lago, en el caso de vientos de noroeste. Al analizar los resultados de la simulación, por comparación simple con los datos de la cuarta campaña de

monitoreo en el lago, realizada por el Centro Multidisciplinario de Investigaciones Tecnológicas (CEMIT), se observa una gran similitud entre los datos simulados y reales (Tabla 5), lo que demuestra que con los resultados obtenidos es posible predecir cualitativamente el comportamiento del sistema y que sería posible simular la condición real del lago al considerar los demás factores que afectan a su dinámica.

Considerando la Tabla 6, se concluye que la dirección de viento de 315° (viento del Noroeste) presenta el menor error respecto a los valores reales medidos del escalar pasivo considerado, de entre todas las direcciones estudiadas

Finalmente, se concluye que a partir de la simulación de las ecuaciones de Navier-Stokes en 2-D en la superficie del lago Ypacarai, considerando como factor externo el viento, fue posible tener una aproximación a la situación real del lago. Por lo tanto, este trabajo proporciona una herramienta base de análisis de la contaminación, y constituye una base confiable para futuros trabajos, que a partir de un análisis más completo del lago, permitirían predecir zonas con mayor contaminación y ayudarían a la toma de decisiones con respecto a la mejora de las condiciones ambientales del lago.

#### 5.1 Trabajos futuros

El alcance de esta tesis se ha limitado a evaluar el efecto del viento en el transporte de un escalar pasivo en dos dimensiones. Sin embargo, se considera que los siguientes fenómenos/variables son de vital importancia para emular la situación real del lago:

- El esfuerzo generado en el fondo del lago.
- Turbulencia.
- Posibles reacciones químicas, tales como el crecimiento de las cianobacterias.
- Simulación en 3D.
- Contaminación en otros puntos del lago.
- Cálculo del coeficiente de arrastre en el lago.

Una vez considerados los demás factores que afectan a la dinámica del lago, mediante la simulación será posible conocer no sólo el comportamiento del lago, sino también será posible detectar zonas críticas (con mayor tendencia o peligro de contaminación) y será de ayuda en la toma de decisiones para mejorar su condición ambiental actual.

### NOMENCLATURA

#### Siglas y Acrónimos

CEMIT Centro Multidisciplinario de Ivestigaciones Tecnológicas

CIH Centro Internacional de Hidroinformática

- DINAC Dirección Nacional de Aeronáutica Civil
- MCH Meteorología, Climatología e Hidrología
- PHI Programa Hidrológico Internacional
- SEAM Secretaría del Ambiente
- SIG Sistema de Información Geográfica
- UNESCO Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura

#### **Operadores/Funciones**

 $\nabla$  =  $(\partial_x, \partial_y)^T$ : operador nabla

#### Símbolos

- au Tensor de segundo orden
- $\Delta t$  Paso de tiempo

 $\mathbf{g} = (g_x, g_y)^T$ : fuerzas de cuerpo

$$\mathbf{n} = (n_x, n_y)^T$$
: vector unitario normal exterior

- $\mathbf{x} = (x, y)^T$ : vector posición
- $\mu$  Viscosidad dinámica
- $\partial \Omega_D$  Sector de la frontera fuera de los tributarios
- $\partial \Omega_T$  Sector de la frontera asociado a los tributarios
- $\partial \Omega$  Frontera del dominio
- $\rho$  Densidad

	$ ho_a$	Densidad del aire
	$ au_{wx},  au_{wy}$	Componentes $x e y$ del tensor de esfuerzos del viento
	$ au_w$	Esfuerzo cortante generado por el viento
	$\mathbf{S}_{f}$	Vector de área de la cara
	$a_p$	Matriz de coeficientes.
	С	Concentración del contaminante
	$C_d$	Coeficiente de arrastre
	$c_{onda}$	Velocidad de la onda producida por la ola
	D	Coeficiente de difusión
	dS	Elemento de área
	dV	Elemento de volumen
	$f_c$	Término que representa reacciones químicas
	Η	Termino que representa el flujo espacial de momento convectivo y difusivo
	$H_s$	Altura de la ola
	N	Centro de la celda neighbour
	Р	Centro de la celda owner
	p	Presión
	t	Tiempo
	$u_n$	Componente de la velocidad ortogonal a la frontera
	$u_t$	Componente de la velocidad paralela a la superficie
	w	$=(u_w,v_w)^T$ Velocidad del viento
	$x_f$	Vector de posición del centro de una cara plana
	f	Término fuente
	u	$= (u_1, u_2)^T$ : vector velocidad
	d	Vector de longitud entre $P$ y $N$
Sı	ıbíndice	S
	f	Caras del volumen de control

- N Valor perteneciente a la celda vecina
- *P* Valor perteneciente a la celda de interés

w Símbolo asociado al viento

# **APÉNDICE A**

## **OpenFOAM**<sup>®</sup>

#### A.1 Descripción

OpenFOAM<sup>®</sup> es un paquete de software libre que tiene una gran base de usuarios en la mayoría de áreas de la ingeniería y la ciencia, tanto de las organizaciones comerciales y académicas. Éste permite resolver distintos problemas de flujos de fluidos complejos, incluyendo reacciones químicas, turbulencia y transferencia de calor, así como dinámica de sólidos y electromagnetismo (OpenFOAM, 2011b). Este programa utiliza el método de volúmenes finitos como método numerico y maneja distintas geometrías, además de permitir al usuario definir todas las condiciones del problema a resolver, por lo que se adapta al caso de estudio.

Es una librería C++ para crear archivos ejecutables, conocidos como *aplicaciones*. Éstas a su vez se dividen en dos categorías: *solvers*, destinados a resolver un problema específico, y *utilities*, que permite la manipulación de los datos. Se dispone de un conjunto de numerosas aplicaciones precompiladas, sin embargo, el usuario puede crear una nueva o modificar alguna existente, lo cual representa una de las principales ventajas del software. En la Figura A.1.1 se muestra la estructura general de OpenFOAM<sup>®</sup>.



Figura A.1.1. Estructura general de OpenFOAM<sup>®</sup>. Fuente: Adaptado del *Manual del usuario de OpenFOAM*, 2011.

#### A.2 Estructura

En OpenFOAM<sup>®</sup> se conocen como *casos* al conjunto de carpetas y archivos que definen el problema considerado y la forma en que se resolverá el mismo (Viol, 2011). La estructura general de un caso se presenta en la Figura A.2.2.



Figura A.2.2. Estructura general de un caso en OpenFOAM<sup>®</sup>. Fuente: *Manual del usuario de OpenFOAM*<sup>®</sup>, 2011.

Como se observa en la Figura A.2.2, para resolver el problema es necesario crear la carpeta del caso, dentro de la cual se deben crear tres carpetas: *constant, system* y una carpeta temporal inicial, la cual no precisa ser la correspondiente al tiempo cero,

ya que el caso podría ser una parte del problema que haya simulado cierto tiempo previamente.

Dentro de la carpeta *constant* debe existir otra llamada *polyMesh*, en la que se encuentra toda la información correspondiente a la malla, y otros archivos que proporcionen la información necesaria para el *solver*, tales como propiedades físicas del fluido.

En la carpeta *system* se encuentran los archivos que corresponden a la resolución. Como mínimo existen tres archivos: *controlDict*, que establece los parámetros de ejecución, tales como tiempo inicial, incremento de tiempo o número de iteraciones, *fvSchemes*, en el cual se encuentran los esquemas numéricos utilizados para resolver las ecuaciones que aparecen en el *solver*, y *fvSolution*, se determinan los esquemas utilizados para resolver las variables a calcular.

En la carpeta temporal inicial se establecen las condiciones iniciales de las variables a ser calculadas, en ella existen tantos archivos como variables sean calculadas en la simulación. En esta tesis, existirán por lo tanto cuatro archivos, correspondientes a la presión, velocidad, un archivo que represente al viento, y un archivo correspondiente al escalar pasivo no reactivo.

Estas tres carpetas son las necesarias para llevar a cabo la simulación. Una vez que empieza el proceso de cálculo, para cada incremento temporal se crearán carpetas temporales que almacenarán los nuevos valores de las variables calculadas, y se nombrarán como el instante temporal correspondiente. En la Figura A.2.3 se puede observar la apariencia de la carpeta del caso antes de iniciar la simulación y durante la misma.

#### A.2.1 Solvers

Los *solvers* son herramientas que utiliza OpenFOAM<sup>®</sup> para la resolución de las ecuaciones en derivadas parciales que definen un determinado problema. La secuencia de operación que siguen estas aplicaciones para la resolución de un caso particular es la siguiente:

- Inicialización del problema: Se leen los parámetros generales, por ejemplo número de CPU, posición en el árbol de archivos y nombres de los ficheros.
- Lectura o creación de la malla: OpenFOAM<sup>®</sup> puede leer mallas de ficheros generados por otros preprocesadores, los cuales generan una malla de elementos



Figura A.2.3. Apariencia de la carpeta del caso antes de iniciar la simulación y una vez iniciada la misma.
 Fuente: Estudio e implementación de nuevas funcionalidades de deformación de malla en un software de mecánica de fluidos computacional, Viol, J. P. P., 2011.

y caras, distinguiendo para estas últimas entre interiores y frontera. En esta tesis, la malla se ha obtenido a partir del generador de mallas GMSH.

- Inicialización de las variables y constantes: Se generan las distintas variables que definen el modelo, asociados con los elementos, a los vértices o a los centros de cara. Además, debe acceder a los archivos de datos de la variable en cuestión, como dimensión y valores iniciales y de frontera.
- Resolución del sistema: Una vez que los datos del problema han sido debidamente leídos, OpenFOAM<sup>®</sup> procede a la resolución del sistema lineal completo.

En la Tabla 7 se detallan los *solvers* disponibles en OpenFOAM<sup>®</sup> para flujo incompresible. En este trabajo se seleccionó el *solver icoFoam* para resolver el sistema de ecuaciones.

#### A.3 Adaptación del solver icoFoam

Se creó un nuevo *solver* a partir de la modificación del *solver* icoFoam.C de modo a resolver las ecuaciones con las modificaciones necesarias, al que se le llamó  $my\_icofoam.C$ . El procedimiento de resolución del problema es el siguiente:

Primera modificación: Añadir modificaciones al solver icoFoam a fin de que éste

Tabla 7. Solvers disponibles para flujo incompresible.

Fluido incompresible					
adjointShapeOptimizationFoam	Solver de estado estacionario para flujo				
	neutonipresible y turbulento de nuidos no				
	newtomanos con optimización de la forma del				
	conducto mediante la apricación de bioqueo.				
	estimada usando una formulación adjunto.				
boundaryFoam	Solver de estado estacionario para flujo				
	turbulento incompresible en 1D, típicamente				
	para generar condiciones de capa límite en la				
	entrada, para su uso en una simulación.				
icoFoam	Solver para flujo laminar, incompresible y				
	transiente de fluidos newtonianos.				
nonNewtonianIcoFoam	Solver para flujo laminar, incompresible y				
	transiente de fluidos no newtonianos.				
pimpleFoam	Solver de gran paso de tiempo, para flujo				
	incompresible y transiente utilizando el				
	algoritmo PIMPLE (unión de los algoritmos				
	PISO y SIMPLE).				
pisoFoam	Solver para flujo transiente e incompresible.				
shallowWaterFoam	Solver para flujo transiente usando las				
	ecuaciones para aguas poco profundas.				
simpleFoam	Solver de estado estacionario para flujo				
	incompresible y turbulento.				

sea capaz de resolver las ecuaciones de flujo, considerando el esfuerzo cortante adicional en el sistema, correspondiente al modelado del efecto del viento.

 Segunda modificación: Una vez que se obtenga un *solver* capaz de calcular el perfil de velocidades en el dominio, insertar en el código una ecuación adicional correspondiente al escalar pasivo no reactivo que representa un contaminante.

A continuación se detallarán ambos procedimientos.

#### A.3.1 Primera modificación

Representando el tensor de la forma:

$$\tau = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{xx} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix}$$
(A.3.1)

donde los esfuerzos normales se denotan por  $\sigma$  y los demás esfuerzos por  $\tau$ , en este estudio se considera el esfuerzo cortante de acuerdo a la Figura A.3.4:



Figura A.3.4. Esfuerzo cortante dentro del sistema en estudio.

De modo que las componentes del tensor correspondientes a las componentes del viento, son  $\tau_{wzx}$  y  $\tau_{wzy}$ , considerando la componente vertical del viento igual a cero. Entonces, el tensor correspondiente al efecto del viento tiene la forma:

$$\tau_w = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{wzx} & \tau_{wzy} & 0 \end{pmatrix}$$
(A.3.2)

El tensor es introducido dentro del código, previa aplicación del operador divergente sobre él.

Debido a que las condiciones de frontera fijadas en el caso son de no-deslizamiento (*no-slip*) en la frontera del dominio, el esfuerzo cortante adicional provocaría una incoherencia en caso de ser aplicado en todo el dominio. Esto ocurre porque el viento generaría una circulación extra del fluido incluso en las zonas de frontera, en donde se supone que la velocidad debe de ser cero.

Para evitar este error de planteamiento, se aplicó el esfuerzo cortante a una región interna de la malla (Figura A.3.5), la cual fue delimitada utilizando una aplicación de OpenFOAM<sup>®</sup> llamada *setFields*. Esta herramienta permite seleccionar un área determinada del mallado y asignarle una variable con valor definido en esa sección (tensor de esfuerzo cortante), que se describe en el diccionario *setFieldsDict* en el directorio del problema. En este diccionario se escriben las coordenadas de la sección a las cuales se les aplicará un valor definido al tensor, y en el resto de la geometría se fija el valor del tensor igual a cero.



Figura A.3.5. Dominio donde se aplica el esfuerzo generado por el viento.

En la Figura A.3.6 se observa como se introduce la modificación en la primera parte del *solver*, donde h es la variable que representa el tensor de esfuerzos del viento.

```
fvVectorMatrix UEqn
(
    fvm::ddt(U)
    + fvm::div(phi, U)
    - fvm::laplacian(nu, U)
- fvc::div(h)
);
```

Figura A.3.6. Primera modificación realizada al solver.

#### A.3.2 Segunda Modificación

En la siguiente modificación lo que se pretende es añadir una ecuación de transporte del escalar pasivo, y permitir que se resuelvan de forma conjunta todas las ecuaciones. Para ello, se agrega al solver los siguientes puntos:

- Es necesario agregar una propiedad de transporte adicional al sistema, aparte de la viscosidad cinemática, dentro del diccionario *transportProperties*.
- A continuación, se crea un campo para el escalar, al cual se le dió el nombre de *T*. Con esto la variable adicional ha sido incluida en la aplicación.
- Después de incluir la variable, es necesario añadir la ecuación de transporte dentro del solver. Debido a que el transporte del escalar depende del campo de velocidad, la ecuación adicional se introdujo a continuación de la ecuación de momento, pero antes de que finalice el ciclo y escritura del paso de tiempo.
- Una vez cargada la ecuación, es necesario que se especifiquen las condiciones iniciales y de frontera para la variable. Por otra parte, debe indicarse a OpenFOAM<sup>®</sup> cuál esquema de discretización aplicar a la ecuación.

En la Figura A.3.7 se observa como se introduce la modificación correspondiente al escalar.

```
fvScalarMatrix TEqn
(
    fvm::ddt(T)
    + fvm::div(phi, T)
    - fvm::laplacian(DT, T)
);
TEqn.solve();
```

Figura A.3.7. Segunda modificación realizada al solver.

# **APÉNDICE B**

**Solver**  $my\_icoFoam.C$  **completo**
----\*\ \_\_\_\_\_ \\ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox | Copyright (C) 2011-2012 OpenFOAM Foundation \\/ M anipulation | \_\_\_\_\_ License This file is part of OpenFOAM. OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it under the terms of the GNU General Public License as published by the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or (at your option) any later version. OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License for more details. You should have received a copy of the GNU General Public License along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>. Application icoFoam Description Transient solver for incompressible, laminar flow of Newtonian fluids. \\*\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\*/ #include "fvCFD.H" \* \* \* \* \* \* // int main(int argc, char \*argv[])

```
{
    #include "setRootCase.H"
   #include "createTime.H"
   #include "createMesh.H"
   #include "createFields.H"
   #include "initContinuityErrs.H"
   * * * * * * //
   Info<< "\nStarting time loop\n" << endl;</pre>
   while (runTime.loop())
    {
       Info<< "Time = " << runTime.timeName() << nl << endl;</pre>
       #include "readPISOControls.H"
       #include "CourantNo.H"
       fvVectorMatrix UEqn
        (
           fvm::ddt(U)
         + fvm::div(phi, U)
         - fvm::laplacian(nu, U)
       - h
       );
       solve(UEqn == -fvc::grad(p));
     runTime.write();
       // --- PISO loop
       for (int corr=0; corr<nCorr; corr++)</pre>
        {
           volScalarField rAU(1.0/UEqn.A());
           volVectorField HbyA("HbyA", U);
           HbyA = rAU*UEqn.H();
           surfaceScalarField phiHbyA
            (
               "phiHbyA",
               (fvc::interpolate(HbyA) & mesh.Sf())
             + fvc::ddtPhiCorr(rAU, U, phi)
           );
           adjustPhi(phiHbyA, U, p);
           for (int nonOrth=0; nonOrth<=nNonOrthCorr; nonOrth++)</pre>
            {
               fvScalarMatrix pEqn
```

```
(
                     fvm::laplacian(rAU, p) == fvc::div(phiHbyA)
                 );
                pEqn.setReference(pRefCell, pRefValue);
                pEqn.solve();
                if (nonOrth == nNonOrthCorr)
                 {
                     phi = phiHbyA - pEqn.flux();
                 }
            }
            #include "continuityErrs.H"
            U = HbyA - rAU*fvc::grad(p);
            U.correctBoundaryConditions();
        }
     fvScalarMatrix TEqn
        (
            fvm::ddt(T)
            + fvm::div(phi, T)
            - fvm::laplacian(DT, T)
        );
        TEqn.solve();
        fvVectorMatrix HEqn
        (
            fvm::ddt(h)
        );
        HEqn.solve();
        runTime.write();
        Info<< "ExecutionTime = " << runTime.elapsedCpuTime()</pre>
<< " s"
            << " ClockTime = " << runTime.elapsedClockTime()
<< " s"
            << nl << endl;
    }
    Info<< "End\n" << endl;</pre>
    return 0;
```

}

## **APÉNDICE C**

## Mapas Temáticos

A continuación se presentan mapas de la cuenca extraídos del Informe técnico presentado en el año 2013 por la Secretaría del Ambiente (SEAM) de título *Informaciones sobre las actividades humana que condicionan la calidad de agua del río Paraguay, Lago Ypacarai y otros afluentes.* 





## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Abbasi, A. & van de Giesen, N. (2013). Modeling of over lake wind profile for estimating water surface evaporation using land-based meteorological data. In EGU General Assembly Conference Abstracts, volume 15, (pp. 12404).
- Amarilla Pavón, M. D. (2014). Determinación de la carga contaminante del arroyo Yukyry, afluente del Lago Ypacarai.
- Audusse, E., Benkhaldoun, F., Sari, S., Seaid, M., & Tassi, P. (2014). A fast finite volume solver for multi-layered shallow water flows with mass exchange. *Journal* of Computational Physics, 272, 23–45.
- Bailey, M. C. & Hamilton, D. P. (1997). Wind induced sediment resuspension: a lake-wide model. *Ecological Modelling*, 99(2), 217–228.
- CEMIT (Centro Multidisciplinario de Investigaciones Tecnológicas) (2015). Monitoreo de calidad de agua por campañas de muestreo en el Lago Ypacarai. Informe técnico de la cuarta campaña de muestreo del 02 al 04 de junio del 2015.
- Chao, X., Jia, Y., Shields, F. D., Wang, S. S., & Cooper, C. M. (2008). Three-dimensional numerical modeling of cohesive sediment transport and wind wave impact in a shallow oxbow lake. *Advances in Water Resources*, 31(7), 1004–1014.
- Chen, Y., Wang, Z., Liu, Z., & Zhu, D. (2011). 1d–2d coupled numerical model for shallow-water flows. *Journal of hydraulic engineering*, *138*(2), 122–132.
- CIH (Centro Internacional de Hidroinformática) (2015). Mapas de la cuenca del Lago Ypacarai. urlhttp://teste.hidroinformatica.org/wra/cihpy/. Consultado el 15-06-2015.

- Costarelli, S., Paz, R., Dalcin, L., & Storti, M. (2011). Resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes utilizando CUDA. *Mecánica Computacional*, *30*, 2979–3008.
- da Costa, J. P., de Barros, N. F., de Albuquerque, A. W., Filho, G. M., & Santos, J. R. (2006). Fluxo difusivo de fósforo em função de doses e da umidade do solo. *R. Bras. Eng. Agríc. Ambiental*, 10(4), 828–835.
- Delgado, M., Lozano, F., & Masulli, J. F. Aspectos limnológicos del Lago Ypacarai estudios hídricos III.
- Díaz, V., Fariñas, P., Martínez, A., & Míguez, M. (2009). Software libre de simulación numérica fluidodinámica aplicado al sector naval - OpenFOAM. Actas del 48° Congreso de Ingeniería marítima.
- Díaz Morcillo, A. B. (2009). Método de mallado y algoritmos adaptativos de dos y tres dimensiones para la resolución de problemas electromagnéticos cerrados mediante el método de los elementos finitos.
- DINAC (Dirección Nacional de Aeronautica Civil) (2015). Sistema MCH (Meteorología, Climatología e Hidrología). urlhttp://www.meteorologia.gov.py/. Consultado el 20-06-2015.
- Domecq, R. M. & Báez, J. (2007). Balance hídrico integrado del Acuífero Patiño.
- Eid, B. M. (1981). Investigation into interfacial transports and exchange flows for lake models.
- Eymard, R., Gallouët, T., & Herbin, R. (2000). Finite volume methods. *Handbook of numerical analysis*, 7, 713–1018.
- Facetti, J. F. (2007). Reflexiones sobre el estado ambiental de la cuenca del Lago Ypacarai. Alternativas de solución.
- Ferziger, J. H. & M, P. C. (2002). Computational methods for fluid dynamics.
- GMSH (2015). A three-dimensional finite element mesh generator with built-in preand post-processing facilities. urlhttp://www.geuz.org/gmsh/.
- Gregory, A., Thomas, L., & Fontaine, D. (1990). Modeling the fate and transport of organic contaminants in Lake St. Clair. *Journal of Great Lakes Research*, 16(2), 216–232.
- Griebel, M., Dornseifer, T., & Neunhoeffer, T. (1997). *Numerical simulation in fluid dynamics: a practical introduction*, volume 3. Siam.

- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). Metodología de la investigación. *México: Editorial Mc Graw Hill*.
- Hsu, S.-A. (2013). Coastal meteorology. Elsevier.
- Huang, J., Gao, J., Hörmann, G., & Fohrer, N. (2014). Modeling the effects of environmental variables on short-term spatial changes in phytoplankton biomass in a large shallow lake, Lake Taihu. *Environmental Earth Sciences*, 72(9), 3609–3621.
- Huang, W. & Spaulding, M. (1995). 3d model of estuarine circulation and water quality induced by surface discharges. *Journal of Hydraulic Engineering*, *121*(4), 300–311.
- Issa, R. I. (1986). Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of computational physics*, 62(1), 40–65.
- Issa, R. I., Gosman, A., & Watkins, A. (1986). The computation of compressible and incompressible recirculating flows by a non-iterative implicit scheme. *Journal of Computational Physics*, *62*(1), 66–82.
- Jasak, H. (1996). Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. PhD thesis, Imperial College London (University of London).
- Ji, Z.-G. (2008). *Hydrodynamics and water quality: modeling rivers, lakes, and estuaries.* John Wiley & Sons.
- Ji, Z.-G. & Jin, K.-R. (2014). Impacts of wind waves on sediment transport in a large, shallow lake. *Lakes & Reservoirs: Research & Management*, *19*(2), 118–129.
- JICA/FUNDAINGE/CITEC-FIUNA (2005). Investigación de las condiciones hidrológicas y geológicas de la cuenca del Lago Ypacarai. Monitoreo en la cuenca del arroyo Yuqury. Technical report.
- Józsa, J. (2004). Shallow lake hydrodynamics. Theory, measurement and numerical model applications. *Lecture Notes of the IAHR short course on environmental fluid mechanics, Budapest*, 7–16.
- Józsa, J. (2014). On the internal boundary layer related wind stress curl and its role in generating shallow lake circulations. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 62(1), 16–23.
- Karniadakis, G. E., Israeli, M., & Orszag, S. A. (1991). High-order splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations. *Journal of computational*

physics, 97(2), 414-443.

- Kuhlmann, H. C. & Romano, F. (2015). 2–d lid-driven cavity. incompressible Navier–Stokes (icoFoam), PISO Algorithm and Mesh Remapping. University Lecture.
- Kundu, P. K. & Cohen, I. M. (2008). Fluid mechanics. 4th.
- Laccarino, G. (2004). Solution methods for the incompressible Navier-Stokes equations. University Lecture.
- Lastra, M., Mantas, J. M., Ureña, C., Castro, M. J., & García-Rodríguez, J. A. (2009). Simulation of shallow-water systems using graphics processing units. *Mathematics and Computers in Simulation*, 80(3), 598–618.
- López, M. V. (2012). Ingeniería de la energía eólica. Marcombo.
- Mohd-Yusof, J. (1997). Combined immersed-boundary/b-spline methods for simulations of ow in complex geometries. Annual Research Briefs. NASA Ames Research Center= Stanford University Center of Turbulence Research: Stanford, 317–327.
- MPCA (Minesota Pollution Control Agency) (2015). urlhttp://www.pca.state.mn.us/.

Nilsson, H. (2015). A look inside icofoam. University Lecture.

OpenFOAM (2011a). Programmer's guide. OpenFOAM Foundation, 2(0).

- OpenFOAM (2011b). User guide. OpenFOAM Foundation, 2(1).
- Perry, R. H. & Green, D. W. (1995). Manual del ingeniero químico. Tomo II, 6.
- Posenau, M.-A. K. & Mount, D. M. (1992). Delaunay triangulation and computational fluid dynamics meshes.
- RAE (Real Academia Española) (2012). Drae (diccionario de la lengua española (DRAE).(22. <sup>a</sup>). *Madrid, España*.
- Ritterbusch, B. (2005). Estudio limnológico del Lago Ypacarai. *Natura Neotropicalis*, *1*(19), 11–26.
- Rodríguez Imazio, P. C. (2014). *Transporte anisótropo de escalares pasivos en turbulencia rotante*. PhD thesis, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

- Ruiz, J. A. P. (2007). Un método de diferencias finitas para el análisis de la propagación de ondas. Aplicación al modelado de la respuesta sísmica de estructuras geológicas en entornos de computación en paralelo, volume 227. Universidad Almería.
- Ruíz, P. I. R. (2012). Recuperación del Lago Ypacarai.
- Ruiz Fleitas, H., Domecq, R. M., Avila, J. L., Wehrle, A., & González, G. (2005). Investigación de las condiciones hidrológicas y geológicas de la cuenca del Lago Ypacarai. Monitoreo de la subcuenca del arroyo Yukyry.
- Rusche, H. (2003). *Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions*. PhD thesis, Imperial College London (University of London).
- Sánchez, J. R. G. (2002). *Resolución en paralelo de las ecuaciones de Navier-Stokes* 2D y 3D mediante el método de direcciones simultáneas. PhD thesis, Universidad de Sevilla.
- SEAM (Secretaría del Ambiente) (2015). Mediciones de caudales en el río Salado. urlhttp://www.seam.gov.py/. Consultado el 13-10-2015.
- Sierra, C. A. S., Jara, J. Y. L., & García, H. G. (2013). Evaluación analítica para la determinación de fósforo total en aguas por el método del ácido ascórbico. *Ingenium*, 7(17), 37–41.
- Simunek, J., Van Genuchten, M. T., & Sejna, M. (2006). The HYDRUS software package for simulating the two-and three-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media. *Technical manual*, *1*.
- Tsanis, I. K., Wu, J., Shen, H., & Valeo, C. (2006). Environmental hydraulics: hydrodynamic and pollutant transport modelling of lakes and coastal waters. *Developments in Water Science*, *56*, vii–360.
- Vázquez, J. L. (2004). La ecuación de Navier-Stokes. Un reto físico-matemático para el siglo XXI. *Monografías de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturales de Zaragoza*, (26), 31–56.
- Versteeg, H. & Malalasekera, W. (1995). An introduction to computational fluid dynamics-the finite volume method.
- Viol, J. P. P. (2011). Estudio e implementación de nuevas funcionalidades de deformación de malla en un software de mecánica de fluidos computacional.
  PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya. Escola Tècnica Superior d'Enginyeries Industrial i Aeronàutica de Terrassa, 2011 (Enginyeria Aeronàutica).

- Wetzel, R. G. (2001). *Limnology: lake and river ecosystems*. Gulf Professional Publishing.
- Wu, J. (1969). Wind stress and surface roughness at air-sea interface. Journal of Geophysical Research, 74(2), 444–455.
- Wu, J. (1980). Wind-stress coefficients over sea surface near neutral conditions-a revisit. Journal of Physical Oceanography, 10(5), 727–740.
- Wu, W. (2008). Computational river dynamics. CRC Press.
- Wu, X., Kong, F., Chen, Y., Qian, X., Zhang, L., Yu, Y., Zhang, M., & Xing, P. (2010). Horizontal distribution and transport processes of bloom-forming microcystis in a large shallow lake (Taihu, China). *Limnologica-Ecology and Management of Inland Waters*, 40(1), 8–15.
- Yunus, A. C. & Cimbala, J. M. (2006). Fluid mechanics: fundamentals and applications. *International Edition, McGraw Hill Publication*, 421–455.